

## Devoir surveillé n° 3

### Suites

**EXERCICE 3.1** (5 points).

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Il y a une seule réponse correcte parmi les propositions.*

*Cocher la réponse correcte pour chaque question, sachant qu'une réponse correcte rapporte 1 point, l'absence de réponse, les réponses multiples ou une réponse fausse n'apportent ou n'enlèvent aucun point.*

*Aucune justification n'est demandée.*

Deux entreprises sont en concurrence pour employer une personne et chacune lui propose un type de contrat différent :

- l'entreprise UNIVERS PARFAIT propose un salaire annuel de 30 000 euros avec une augmentation tous les ans de 700 euros;
- l'entreprise VISION 3000 propose un salaire annuel de 25 000 euros avec une augmentation de 3 % tous les ans.

On considère que l'année de l'embauche est l'année 0.

Pour  $n \geq 0$ , on note

- $u_n$  le salaire l'année  $n$  dans l'entreprise UNIVERS PARFAIT
- $v_n$  le salaire l'année  $n$  dans l'entreprise VISION 3000

On a donc  $u_0 = 30\,000$  et  $v_0 = 25\,000$ .

1. L'année 2, dans l'entreprise VISION 3000, le salaire de l'employé sera de  
 25 750 euros                       26 522,50 euros                       25 000,06 euros
  2. La 20<sup>e</sup> année, dans l'entreprise UNIVERS PARFAIT, le salaire de l'employé sera de  
 43 300 euros                       44 000 euros                       44 700 euros
  3. La 20<sup>e</sup> année, dans l'entreprise VISION 3000, le salaire de l'employé sera d'environ  
 42 560,83 euros                       43 837,65 euros                       45 152,78 euros
  4. Si on additionne les salaires depuis l'année 0 à l'année 19 de l'entreprise VISION 3000, la somme obtenue sera d'environ  
 716 912,14 euros                       671 759,36 euros                       627 921,71 euros
  5. Si on additionne les salaires depuis l'année 0 à l'année 19 de l'entreprise UNIVERS PARFAIT, la somme obtenue sera, par rapport à celle obtenue dans l'entreprise VISION 3000 :  
 inférieure                       supérieure                       égale
-

**EXERCICE 3.2** (15 points).

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1<sup>er</sup> jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite  $(u_n)$ , où, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente le nombre de voitures louées le  $n$ -ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi  $u_0 = 280$ .

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité :  $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$ .

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019?
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n - 420$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. On précisera le premier terme  $v_0$  et la raison.
  - (b) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et montrer que  $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$ .
3. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.

On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```

N ← 0
U ← 280
Tant que .....
    N ← N + 1
    U ← .....
Fin Tant que
  
```

- (a) Recopier et compléter l'algorithme.
- (b) Que contient la variable  $N$  à la fin de l'exécution de l'algorithme?
- (c) En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.