

Devoir surveillé n° 2

Convexité

EXERCICE 2.1 (5 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Il y a une seule réponse correcte parmi les propositions.

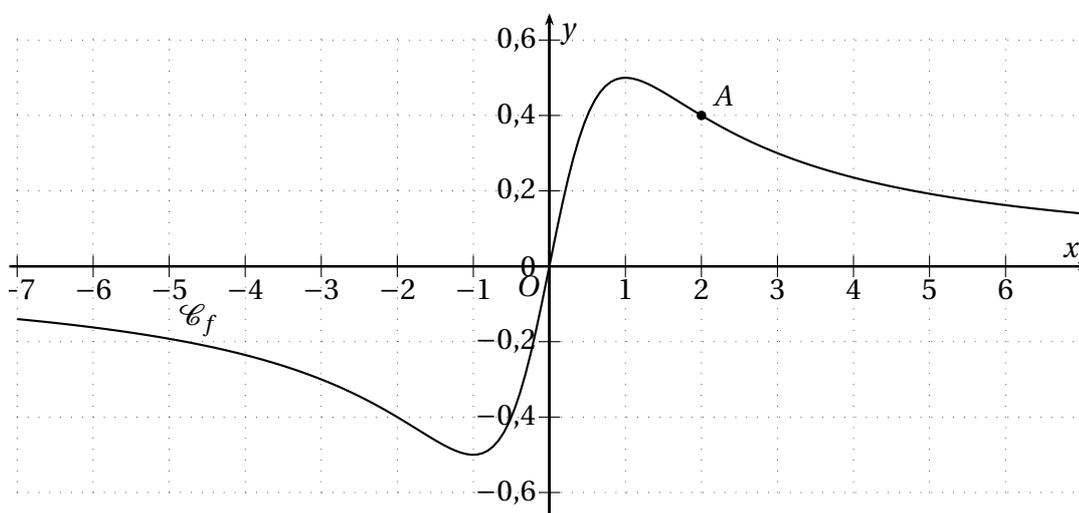
Cocher la réponse correcte pour chaque question, sachant qu'une réponse correcte rapporte 1 point, l'absence de réponse, les réponses multiples ou une réponse fausse n'apportent ou n'enlèvent aucun point.

Aucune justification n'est demandée.

on considère la fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous.

La courbe a au moins un point d'inflexion : le point A.

On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée de f' .



1. Le nombre de solutions dans $[-7 ; 7]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est :

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

2. Une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = -0,3$ sur l'intervalle $[-1 ; 6]$ est :

<input type="checkbox"/> -3	<input type="checkbox"/> -0,3	<input type="checkbox"/> 0,3	<input type="checkbox"/> 3
-----------------------------	-------------------------------	------------------------------	----------------------------

3. Le nombre de points d'inflexion dans $[-7 ; 7]$ de \mathcal{C}_f est :

<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

4. La fonction f' est :

<input type="checkbox"/> positive sur l'intervalle $[1 ; 7]$	<input type="checkbox"/> négative sur l'intervalle $[1 ; 7]$
<input type="checkbox"/> négative sur l'intervalle $[0 ; 7]$	<input type="checkbox"/> positive sur $[2 ; 7]$

5. La fonction f'' est :

<input type="checkbox"/> croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$	<input type="checkbox"/> croissante sur l'intervalle $[2 ; 7]$
<input type="checkbox"/> croissante sur l'intervalle $[1 ; 7]$	<input type="checkbox"/> décroissante sur l'intervalle $[1 ; 7]$

EXERCICE 2.2 (15 points).

La fonction f est définie sur $[0; 12]$ par

$$x \longmapsto f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x + 5$$

Partie A : Étude mathématique

1. Étudier les variations de f sur $[0; 12]$ et dresser son tableau de variations en y indiquant les valeurs extrêmes.
2. (a) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solution dans l'intervalle $[0; 5]$.
(b) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[5; 12]$.
(c) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
3. Déduire des questions 1 et 2 le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .
4. (a) Montrer que $f''(x) = -2x + 4$.
(b) Étudier la convexité de f sur $[0; 12]$.
(c) En déduire que la courbe de f admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

Partie B : Application économique

Pour une production comprise entre 0 et 120 objets, le bénéfice d'une entreprise, en centaine d'euros, en fonction de la quantité x d'objets vendus, en dizaine d'unités, est modélisé par $f(x)$.

Les réponses aux questions ci-dessous seront arrondies, si besoin, à l'unité pour les productions et à l'euro pour les bénéfices.

1. Déterminer pour quelle production l'entreprise est rentable.
 2. Déterminer pour quelle production l'entreprise réalise un bénéfice maximum et déterminer ce bénéfice maximum.
 3. Déterminer pour quelle production la croissance du bénéfice ralentit.
-