

Devoir surveillé n°1

Second degré

On indiquera les formules les premières fois où elles sont utilisées, mais pas les fois suivantes.

Question de cours

Soit $ax^2 + bx + c$ un trinôme ayant deux racines x_1 et x_2 et atteignant son extremum en x_0 . Montrer que

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = x_0$$

EXERCICE 1.1.

Sans justification, compléter le tableau suivante avec les formes manquantes, si elles existent :

Forme	Développée	Canonique	Factorisée
$A(x)$	$x^2 + 2x + 1$		
$B(x)$		$9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2$	
$C(x)$			$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 1)$

EXERCICE 1.2.

Résoudre les équations ou inéquations suivantes.

- | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------------|
| 1. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ | 3. $2x^2 - x = 0$ | 5. $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$ |
| 2. $4x^2 + 4x + 1 = 0$ | 4. $2x^2 - x + 4 = 0$ | 6. $x^2 - x + 3 < 0$ |

EXERCICE 1.3.

Étudier, selon les valeurs de x , le signe de

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 2}{-2x^2 + x + 1}$$

EXERCICE 1.4.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f : x \mapsto -4x^3 + 25x + 18$$

1. Montrer que -2 est une racine de f .
2. Déterminer trois réels a , b et c tels que $f(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$.
3. Étudier, selon les valeurs de x , le signe de $f(x)$.

EXERCICE 1.5.

On cherche a et b deux nombres dont la somme vaut S et le produit P .

1. Déterminer si de tels nombres existent et, si oui, leur valeur, lorsque :

(a) $S = 7$ et $P = 12$	(b) $S = 4$ et $P = -12$	(c) $S = 2$ et $P = 3$
-------------------------	--------------------------	------------------------
2. Montrer que si P est négatif, alors de tels nombres existent forcément.
La réciproque est-elle vraie?