

Devoir surveillé n° 1

Continuité

EXERCICE 1.1 (5 points).

Un produit est commercialisé à un tarif compris entre 6 et 20 euros.

Une étude établit que, pour un prix de vente x compris entre 6 et 20, la demande du produit peut être modélisée par la fonction $g : x \mapsto -x^2 + 30x + 17$ tandis que l'offre peut être modélisée par la fonction $f : x \mapsto 8x + 102$, ces deux fonctions étant en unités (demandées ou offertes).

1. Étude de g .

- Montrer que g est une fonction positive sur $[6; 20]$.
- Montrer que la demande atteint un maximum, déterminer ce maximum et le prix pour lequel il est atteint.

2. Prix d'équilibre.

- Étudier, selon les valeurs de x , le signe de $f(x) - g(x)$.
- En déduire sur quel intervalle la demande est supérieure à l'offre.
- On dit qu'on a atteint le prix d'équilibre lorsque l'offre est égale à la demande. Quel est ce prix d'équilibre?

EXERCICE 1.2 (4 points).

f est la fonction définie sur $[-2; 4]$ par :

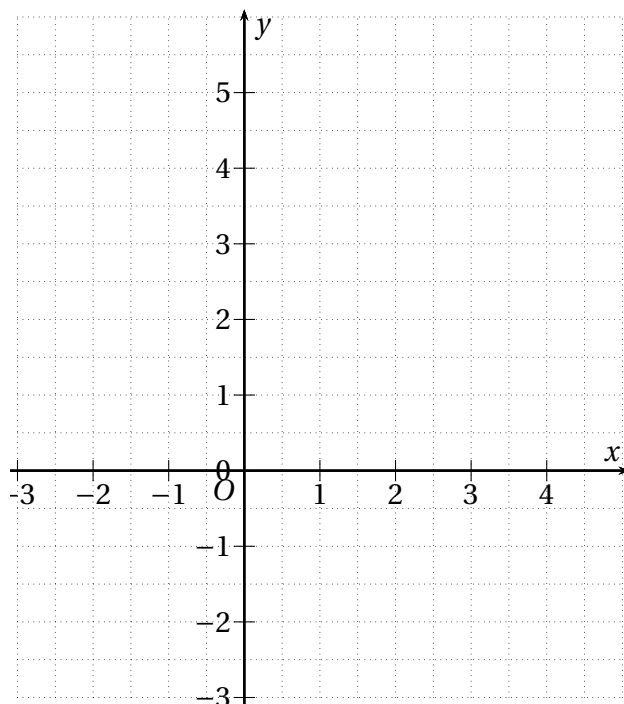
$$f : x \mapsto \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x \in [-2; 2] \\ mx - 2 & \text{si } x \in]2; 4] \end{cases}$$

- Tracer la représentation graphique de f dans le repère ci-contre :

- en vert pour $m = \frac{1}{2}$
- en bleu pour $m = 1$

- Comment choisir m pour que f soit continue sur $[-2; 4]$? Une justification est attendue.

Tracer alors la courbe représentative de f en rouge.



EXERCICE 1.3 (6 points).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4$$

- Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

On indiquera les valeurs approchées au dixième des extremums locaux.

- À l'aide du tableau, justifier que l'équation $f(x) = 0$ n'a aucune solution sur l'intervalle $] -\infty; 1]$.
 - Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1; 3]$.
 - Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
 - En déduire le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .