Chapitre 12

Probabilités, conditionnement et indépendance

Sommaire

12.1 Évènements et probabilités

12.1.1 Évènements

Définition 12.1. Une expérience est dite *aléatoire* lorsque son issue ne peut pas être prédite avec certitude.
On considère qu'à une expérience aléatoire correspond un ensemble contenant toutes les issues possibles, cet ensemble est appelé *univers* et noté Ω.
Le *cardinal* de Ω, noté $\text{card}(\Omega)$, est le nombre d'issues de l'expérience aléatoire.

Définition 12.2. Un *évènement* A est une partie de Ω, on dit aussi un sous-ensemble.
Un *évènement élémentaire* est un évènement ne contenant qu'une seule issue.
Un évènement ne contenant aucune issue est un *évènement impossible*, noté $\varnothing$.
Un évènement contenant toutes les issues est un *évènement certain*, noté Ω.

Exemple 12.1. *Cet exemple servira à illustrer la plupart des propriétés et définitions.*
Les fiches des salariés d'une entreprise ne sont pas triées. Sur ces fiches figurent plusieurs caractères : l'ancienneté, le secteur, le statut (cadre ou non-cadre), le sexe, etc.
On choisit au hasard une fiche et on s'intéresse au secteur et à l'ancienneté dans l'entreprise.
La distribution des salariés suivant ces deux caractères est donnée dans le tableau suivant :

	Bureau (B)	Création (C)	Fabrication (F)	Total
Plus de 10 ans (A)	12	20	25	57
De 0 à 10 ans (non A)	8	8	47	63
Total	20	28	72	120

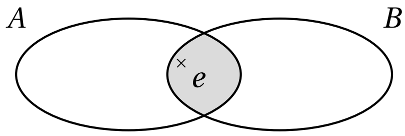
1. Préciser l'univers Ω de l'expérience aléatoire ainsi que son cardinal.
2. On considère les évènements :

   A : « La fiche choisie est celle d'un salarié ayant plus de 10 ans d'ancienneté » ;

   B : « La fiche est celle d'un salarié du secteur bureau ».

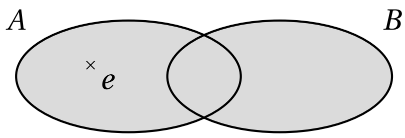
   Préciser leur cardinal.

Définition 12.3 (Intersection)**.** L'évènement $A \cap B$ est l'ensemble des issues réalisant A **et** B.

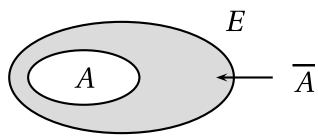


Remarque. Lorsque $A \cap B = \varnothing$, on dit que les ensembles A et B sont incompatibles.

Définition 12.4 (Réunion)**.** L'évènement $A \cup B$ est l'ensemble des issues réalisant A **ou** B.



Définition 12.5 (Contraire)**.** L'évènement $\overline{A}$, dit *évènement contraire de A*, est l'ensemble des issues de Ω ne réalisant pas A.



Exemple 12.2. Dans la situation de l'exemple de départ :

1. Décrire par une phrase les évènements $A \cap B$, $A \cup B$ et $\overline{A}$.
2. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?

12.1.2 Probabilités

Définition 12.6. Une probabilité sur Ω est une application p qui à chaque sous-ensemble de Ω associe un nombre compris entre 0 et 1 telle que :

- $p(\Omega) = 1$
- Pour tous évènements incompatibles A et B, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

Remarque. $p(\varnothing) = 0$.

Propriété 12.1. *Pour tout évènement A,* $p(A) + p\left(\overline{A}\right) = 1$*, soit* $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A)$.
Pour tous évènements A et B, $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

Propriété 12.2. *Lorsque tous les évènements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'il y a équiprobabilité sur l'univers* Ω *et la probabilité d'un évènement A est alors*

$$p(A) = \frac{\textit{nombre d'issues favorables à } A}{\textit{nombre d'issues possibles}} = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$$

Exemple 12.3. Dans la situation de l'exemple de départ :

1. Justifier qu'il y a équiprobabilité sur l'univers Ω et calculer la probabilité des évènements A, B et $A \cap B$.
2. En déduire la probabilité des évènements $\overline{A}$ et $A \cup B$.

12.2 Probabilités conditionnelles

12.2.1 Probabilité de B sachant A

Définition 12.7. Soit A et B deux évènements tels que $p(A) \neq 0$.
La probabilité de B sachant A est le réel noté $p_A(B)$ défini par :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Remarques.

- L'évènement A devient la référence.
- Lorsqu'il y a équiprobabilité, $p_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$.

Exemple 12.4. Dans la situation de l'exemple de départ :
Calculer la probabilité de choisir une fiche d'un salarié du secteur « Bureau » sachant que c'est une fiche d'un salarié de plus de 10 ans d'ancienneté :

- avec la définition ;
- en utilisant l'équiprobabilité.

Propriété 12.3. *Soit A et B deux évènements tels que* $p(A) \neq 0$ *et* $p(B) \neq 0$.

$$p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = p(B) \times p_B(A)$$

Exemple 12.5. Dans la situation de l'exemple de départ, dans l'entreprise, sur les 120 salariés, il y a 40 % de cadres (D) dont 25 % d'hommes (H).

1. Traduire les données de l'énoncé avec des probabilités.
2. On choisit une fiche au hasard. Calculer la probabilité que cette fiche soit celle d'un homme et qu'il soit cadre.

12.2.2 Arbre pondéré

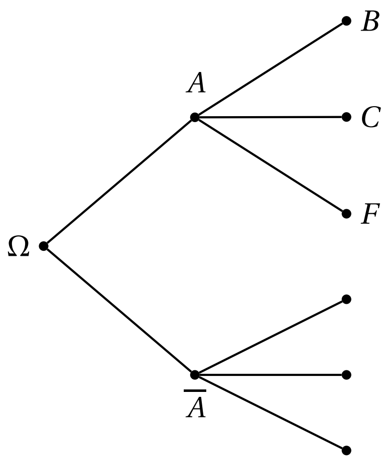
Exemple 12.6. On reprend le tableau donnant la répartition des salariés et on calcule la répartition en % en ligne et en colonne pour obtenir les tableaux ci-dessous :

	Bureau (B)	Création (C)	Fabrication (F)	Total
Plus de 10 ans (A)	60 %	71,43 %	34,72 %	47,50 %
De 0 à 10 ans (non A)	40 %	28,57 %	65,28 %	52,50 %
Total	100 %	100 %	100 %	100 %

	Bureau (B)	Création (C)	Fabrication (F)	Total
Plus de 10 ans (A)	21,05 %	35,09 %	42,86 %	100 %
De 0 à 10 ans (non A)	12,70 %	12,70 %	74,60 %	100 %
Total	16,67 %	23,33 %	60,00 %	100 %

Chaque pourcentage indique une probabilité. Ainsi, par exemple, $p(A) = \dots\dots\dots$, $p(B) = \dots\dots\dots$, $p_A(B) = \dots\dots\dots$ et $p_B(A) = \dots\dots\dots$.

Pour modéliser une expérience aléatoire et des probabilités conditionnelles, on peut utiliser un arbre pondéré :



- Dessin des branches :
  - Au départ, il y a deux branches A ou $\overline{A}$;
  - Aux nœuds A et $\overline{A}$ il y a trois nouvelles branches B, C ou F.
- Évènement représenté par un chemin : Le chemin passant par A et B représente l'évènement A **et** B soit $A \cap B$.
- Pour ce chemin, l'inscription des probabilités sur les branches se fait comme suit : sur la branche menant à A, on inscrit $p(A)$ et sur la branche menant à B, on inscrit la probabilité conditionnelle $p_A(B)$.

Règle 12.1 (Loi des nœuds)**.** *La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.*

Règle 12.2 (Loi des branches)**.** *La probabilité de l'évènement représenté par un chemin est égal au produit des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.*

Règle 12.3. *La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des chemins qui aboutissent à cet évènement.*

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessus. Indiquer les probabilités sur les branches.
2. Préciser les évènements correspondant à chaque chemin et en calculer la probabilité.
3. Calculer la probabilité de l'évènement C : « La fiche est celle d'un salarié du secteur création ».

Vérifier à l'aide d'un des tableaux.

12.3 Indépendance de deux évènements

12.3.1 Évènements indépendants

Définition 12.8. Soit A et B deux évènements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$.
A et B sont dits *indépendants* lorsque la réalisation de l'un ne dépend pas de la réalisation ou non de l'autre.
Autrement dit, la probabilité de B est égal à la probabilité de B sachant A réalisé ou pas, soit $p(B) = p_A(B) = p_{\overline{A}}(B)$.

Propriété 12.4. *Soit A et B deux évènements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$.
A et B sont indépendants si, et seulement si, $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.*

Remarque. Il ne faut pas confondre :

- A et B évènement incompatibles : $A \cap B = \varnothing$ et $p(A \cap B) = 0$;
- A et B indépendants : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

Exemple 12.7. On s'intéresse au sexe et au niveau de qualification dans l'entreprise.
La répartition des salariés suivant ces deux caractères est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Homme (H)	Femme (F)	Total
Cadre (D)	12	36	48
Non cadre $\left(\overline{\mathrm{D}}\right)$	18	54	72
Total	30	90	120

On choisit une fiche au hasard et on considère les deux évènements :

H : « La fiche choisie est celle d'un salarié homme » ;

D : « La fiche est celle d'un cadre ».

1. Calculer $p(H)$, $p(D)$ et $p(H \cap D)$.
2. Les évènements H et D sont-ils indépendants ?

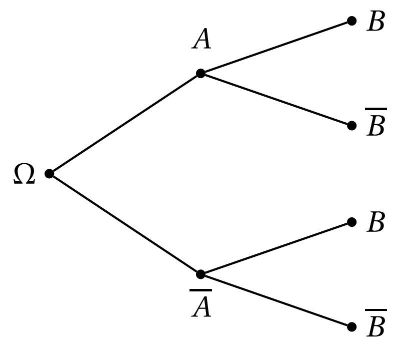
Propriété 12.5. *Si a et B sont indépendants, alors les évènements A et $\overline{B}$, les évènements $\overline{A}$ et B et les évènements $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants.*

Remarque. Lorsque les évènements A et B sont indépendants, il suffit de connaître $p(A)$ et $p(B)$ pour déterminer les probabilités des éèvènements $A \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$ et $\overline{A} \cap \overline{B}$.

- Avec un tableau de répartition :

	A	$\overline{A}$	Total
B			$p(B)$
$\overline{B}$			
Total	$p(A)$		

- Avec un arbre pondéré :



12.3.2 Principe multiplicatif

Propriété 12.6. *Dans le cas d'une succession d'évènements indépendants, la probabilité d'un liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.*

Exemple 12.8. On choisit au hasard, successivement et avec remise trois fiches de salariés.À chaque tirage, on considère l'évènement D : « La fiche est celle d'un cadre ». Tous les tirages sont indépendants les uns des autres.

1. Construire l'arbre pondéré modélisant l'expérience aléatoire.
2. Soit l'évènement T : « On obtient trois fiches de cadres ».

Indiquer la liste correspondant à cet évènement et en calculer la probabilité.

12.4 Exercices

EXERCICE 12.1.
On interroge les salariés d'une entreprise. Parmi les évènements A et B suivants, lesquels sont des évènements contraires ?

1. A : « Le salarié est une femme travaillant de jour » ; B : « Le salarié est un homme travaillant de nuit. »
2. A : « Le salarié vient travailler en voiture » ; B : « Le salarié vient travailler à pied. »
3. A : « Le salarié déjeune au restaurant de l'entreprise » ; B : « Le salarié déjeune à l'extérieur. »

EXERCICE 12.2.
La direction des ressources humaines d'une entreprise réalise une enquête auprès de ses salariés sur leurs congés à la fin de l'année. On considère les évènements suivants :

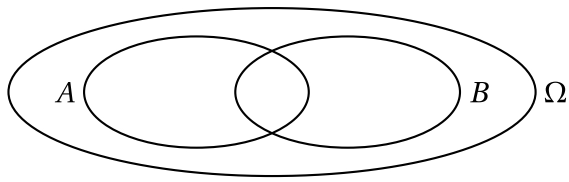
A **:** « Le salarié a tout utilisé de son compte épargne temps » ;

B **:** « Le salarié a pris des jours de vacances à Noël ».

1. Énoncer par une phrase les évènements contraires de A et B.
2. Traduire par une phrase les évènements : $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap B$ et $\overline{A} \cap \overline{B}$.

EXERCICE 12.3.
Dans une usine de fabrication de jouets, un robot assemble les pièces d'un petit personnage. À la sortie de la chaîne de production, on constate que 3 % des personnages sont mal assemblés, 4 % sont cassés et 1 % des personnages sont cassés et mal assemblés.
Soit les évènements A : « Le personnage est cassé » et B : « Le personnage est mal assemblé ».

1. Compléter le diagramme dit de VENN ci-contre en utilisant les pourcentages donnés dans l'énoncé.



2. Traduire par une phrase les évènements $\overline{B}$, $A \cup B$, $\overline{A \cup B}$ et $\overline{A} \cap \overline{B}$.
3. On choisit un personnage au hasard à la sortie de la production.
   (a) Préciser les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$.
   (b) En déduire les probabilités $p\left(\overline{A}\right)$, $p(A \cup B)$ et $p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

EXERCICE 12.4.
Une entreprise fabrique des pièces détachées d'un appareil électroménager. Afin de vérifier la conformité des pièces, on procède à deux tests. L'un contrôle la longueur et l'autre contrôle la largeur de la pièce. Une pièce est rejetée si elle présente au moins l'un des deux défauts.
On effectue des tests sur 100 pièces :

- le test de la longueur décèle 8 pièces défectueuses ;
- le test de la largeur décèle 5 pièces défectueuses ;
- deux pièces présentent les deux défauts.

On prélève une pièce au hasard parmi les 100 pièces testées.

1. Quelle est la probabilité que la pièce soit déclarée correcte ?
2. Quelle est la probabilité que la pièce présente au moins l'un des deux défauts ?
3. Quelle est la probabilité que la pièce prélevée présente au plus un défaut ?
4. La pièce peut être recyclée quand elle présente un défaut à condition qu'elle ne présente qu'un seul des deux défauts. Quelle est la probabilité que la pièce prélevée puisse être recyclée ?

EXERCICE 12.5.

On arrondira les probabilités à 10^{-3}.

Dans une partie du monde, on estime que 15 % de la population est contaminée par un virus. La stratégie de dépistage met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée mais ce test n'est pas totalement fiable.
On a observé les résultats suivants :

- lorsque la personne est contaminée par le virus, le test est positif dans 99,6 % des cas ;
- lorsque la personne n'est pas contaminée par le virus, le test est négatif dans 97,6 % des cas.

1. Compléter le tableau suivant pour une population de 30 000 personnes :

	Contaminées	Non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			

2. On choisit une personne au hasard de cette population.
   On considère les évènements suivants :

   C **:** « La personne choisie est contaminée » ;

   T **:** « Le test est positif ».

   (a) Calculer $p(C)$ et $p(T)$.

   (b) Traduire par une phrase les évènements $\overline{T}$, $C \cap T$, $\overline{T} \cap C$ et en calculer la probabilité.

   (c) Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.

3. On choisit maintenant une personne ayant un test négatif. Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée ?

EXERCICE 12.6.

Aux deux caisses A et B d'un magasin, les paiements se font soit en espèces (E), soit par carte bancaire (K) soit par chèque (C). À la fin de la journée, le gérant recense les 400 paiements réalisés :

- 62,5 % des paiements ont été effectués à la caisse A, parmi lesquels $\frac{1}{5}$ par chèque ;
- 37,5 % des paiements ont été effectués en espèces ;
- 80 paiements par cartes et 20 par chèque ont été effectués à la caisse B.

1. Compléter le tableau suivant :

	Espèces (E)	Carte (K)	Chèque (C)	Total
Caisse A				
Caisse B				
Total				

2. On s'intéresse à l'un des ces paiements.

   (a) Énoncer par une phrase les évènements $\overline{C}$, $B \cap C$ et $(K \cup C) \cap A$.

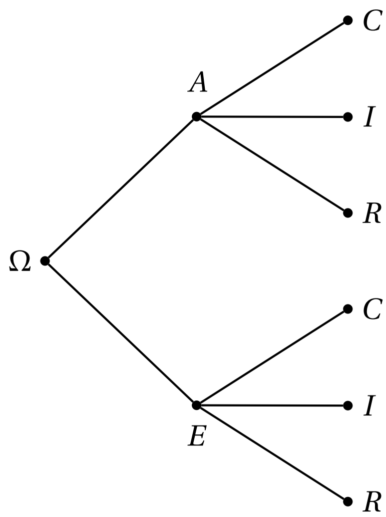
   (b) Calculer les probabilités $p(C)$, $p(A \cap C)$ et $p(A \cup C)$.

   (c) Le paiement a été réalisé à la caisse A. Calculer la probabilité qu'il ait été fait par chèque. Quelle est la probabilité ainsi calculée ? *L'écrire en utilisant les évènements.*

EXERCICE 12.7.
Le tableau suivant donne la répartition des étudiants de BTS en fonction des langues étudiées. On interroge un étudiant au hasard.

	Anglais (A)	Espagnol (E)
Italien (I)	10	4
Chinois (C)	9	0
Russe (R)	16	22

1. (a) Calculer $p(A)$ et $p(R)$.
   (b) Calculer $p(A \cap C)$ et $p(E \cup C)$.
2. (a) Calculer $p_A(C)$.
   (b) Calculer la probabilité d'interroger un étudiant sinisant (apprenant le chinois) parmi ceux qui étudient l'espagnol.
3. Compléter l'arbre pondéré ci-contre, c'est-à-dire indiquer sur chacune des branches la probabilité adaptée :

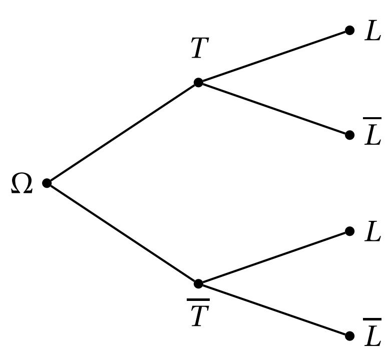


EXERCICE 12.8.
Dans une entreprise de vente par Internet, un téléviseur et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un jour de cette semaine, on tire au hasard le nom d'un client de la journée. On admet que :

- la probabilité qu'il achète le téléviseur est 0,6 ;
- la probabilité qu'il achète le lecteur DVD s'il achète le téléviseur est 0,7 ;
- la probabilité qu'il achète le lecteur DVD s'il n'achète pas le téléviseur est 0,1.

On note les évènements T : « Le client achète le téléviseur » et L : « Le client achète le lecteur DVD ».

1. (a) Traduire les données de l'énoncé avec des probabilités.
   En déduire $p\left(\overline{T}\right)$, $p_T\left(\overline{L}\right)$ et $p_{\overline{T}}\left(\overline{L}\right)$
   (b) Compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. On considère les évènements suivants :
   A : « Le client achète les deux appareils » ;
   B : « Le client n'achète aucun des appareils ».
   (a) Exprimer A et B en fonction des évènements définis dans l'énoncé.
   (b) Calculer leur probabilité.
3. (a) Démontrer que $p(L) = 0{,}46$.
   (b) En déduire la probabilité qu'un client ayant acheté un lecteur DVD achète aussi un téléviseur.



EXERCICE 12.9.
Au cours d'une journée, un commercial se déplace pour visiter deux de ses fournisseurs pour leur acheter des nouveaux produits. Au vu de son expérience :

- le commercial estime qu'il aura 40 % de chance d'acheter un produit à son premier fournisseur ;
- s'il achète un produit au premier fournisseur, il aura 25 % de chance d'en acheter un au second fournisseur ;
- s'il n'achète rien au premier fournisseur, il aura 45 % de chance d'achter un produit au second fournisseur.

On considère les évènements suivants :

A **:** « Le commercial achète un produit au premier fournisseur » ;

B **:** « Le commercial achète un produit au second fournisseur ».

1. Réaliser un arbre pondéré décrivant cette expérience aléatoire.
2. Calculer la probabilité de l'évènement B.
3. Déterminer la probabilité que le commercial achète uniquement à un de ses fournisseurs.

EXERCICE 12.10.
Une entreprise fabrique un certain type de pièce pour l'équipement informatique des entreprises sur un site d'une région. Trois ateliers, notés 1, 2 et 3 produisent respectivement 25 %, 35 % et 40 % de la production totale de ce site.
On admet que :

- 1,5 % des pièces produites par l'atelier 1 ;
- 2,5 % des pièces produites par l'atelier 2 ;
- 3 % des pièces produites par l'atelier 3

sont défectueuses.
On prélève une pièce au hasard, pour la contrôler, parmi la production totale des trois ateliers d'une journée. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.
On considère les évènements suivants :

A_1 **:** « La pièce vient de l'atelier 1 » ;

A_2 **:** « La pièce vient de l'atelier 2 » ;

A_3 **:** « La pièce vient de l'atelier 2 » ;

D **:** « La pièce est défectueuse ».

1. Réaliser un arbre pondéré décrivant cette situation.
2. Démontrer que $p(D) = 0{,}024\,5$.

EXERCICE 12.11.
Lors d'un marathon inter-entreprises, 200 participants ont été contrôlés. Parmi eux, 20 ont eu un résultat « positif » au test anti-dopage.
À la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi ces 20 testés positifs n'avaient pris aucun produit dopant et 2 parmi les testés négatifs avaient pris des produits dopants.

1. Compléter le tableau de répartition des coureurs par les effectifs :

	Coureur dopé	Coureur non dopé	Total
Testé positif			
Testé négatif			
Tota			200

2. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 marathoniens.
   On considère les évènements suivants :

   D : « Le coureur est dopé » ;

   N : « Le coureur est testé négatif ».

   (a) Quelle est la probabilité qu'un coureur soit testé positif ?

   (b) Exprimer par une phrase les évènements $D \cap \overline{N}$ et $\overline{D} \cap N$.

   (c) Déterminer la probabilité que le test soit fiable.

   (d) Quelles sont les probabilités que le test soit négatif sachant que le coureur est dopé et que le coureur soit dopé sachant que le test est négatif.

EXERCICE 12.12.
A et B sont deux évènements indépendants liés à une expérience aléatoire.

1. $p(A) = \frac{2}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{4}$. Calculer $p(A \cap B)$.
2. $p(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{6}$. Calculer $p_A(B)$.
3. $p(A) = \frac{1}{5}$ et $p(A \cap B) = \frac{1}{8}$. Calculer $p(B)$.
4. $p_B(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{3}{5}$. Calculer $p\left(A \cap \overline{B}\right)$.

EXERCICE 12.13.
On s'intéresse aux performances d'une photocopieuse dans le centre d'une mutuelle.
Les copies réalisées présentent deux types de défaut :

- un défaut D_1 lié à la qualité du tambour de la photocopieuse ;
- un défaut D_2 lié à la qualité du toner utilisé.

On prélève une copie au hasard dans l'ensemble des copies réalisées pendant une journée donnée.

- L'évènement E_1 : « La copie prélevée présente le défaut D_1 » a pour probabilité $p(E_1) = 0{,}02$;
- L'évènement E_2 : « La copie prélevée présente le défaut D_2 » a pour probabilité $p(E_2) = 0{,}04$.

On admet que les évènements E_1 et E_2 sont indépendants.

1. Exprimer en fonction de E_1 et E_2 chacun des évènements suivants :
   - A : « La copie présente les deux défauts » ;
   - B : « La copie présente au moins l'un des deux défauts ».
2. Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement C : « La copie prélevée ne présente aucun défaut ».

12.5 Travaux dirigés

EXERCICE 12.14 (Probabilité d'achat)**.**
Le gérant de cinq magasin A, B, C, D et E réalise une étude sur la probabilité qu'une personne entrant dans l'un des magasins achète au moins un article.
La feuille de calcul suivante donne la fréquence d'entrées, en une semaine, dans les cinq magasins et, par chaque magasin, la probabilité d'achat d'une personne y entrant.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Probabilité d'achat						
2	Magasin	A	B	C	D	E	Total
3	Achat (V)	0,2	0,2	0,35	0,2	0,6	0,35
4	Pas d'achat (¬V)	0,8	0,8	0,65	0,8	0,9	
5	Répartition	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	

Une personne entre dans l'un des magasins.
On note A : « La personne entre dans le magasin A » et V : « La personne effectue au moins un achat ».

1. On souhaite calculer dans la cellule **G3** la probabilité qu'une personne entrant dans l'un des magasins effectue un achat. Quelle formule doit-on saisir ?

2. Le gérant des cinq magasins aimerait que cette probabilité soit égale à 0,35. Vu les entrées dans le magasin E, situé dans une rue très commerçante, il propose une prime aux vendeurs du magasin E s'ils atteignent cet objectif.

   (a) En utilisant la commande **valeur cible**, déterminer quelle doit être la probabilité qu'une personne entrant dans le magasin E effectue au moins un achat.

   (b) Construire l'arbre pondéré modélisant la situation.

   (c) Calculer $p(V)$ en fonction de $p_E(V)$ et retrouver le résultat obtenu en 2a en résolvant une équation.

EXERCICE 12.15 (Simulation avec le tableur)**.**
Dans un jeu vidéo, une partie consiste à engager un combat contre l'un des trois personnages nommés Thor, Odin et Loki. Le jeu est programmé de sorte que l'on affronte aléatoirement Thor une fois sur deux, Odin et Loki une fois sur quatre. De plus, les personnages sont de force inégale : de façon aléatoire, on gagne le combat contre Thor une fois sur quatre, celui contre Odin une fois sur deux et celui contre Loki une fois sur trois.
Mike tente une partie. On considère les évènements suivants :

T : « Mike affronte Thor » ;

O : « Mike affronte Odin » ;

L : « Mike affronte Loki » ;

M : « Mike gagne le combat ».

Partie A : Simuler un tableau de fréquences
À l'aide du tableur, on souhaite simuler un échantillon de 10 000 parties, en affichant pour chacune d'elles, le personnage affiché (T, O ou L), et si Mike a gagné (1) ou perdu (0).

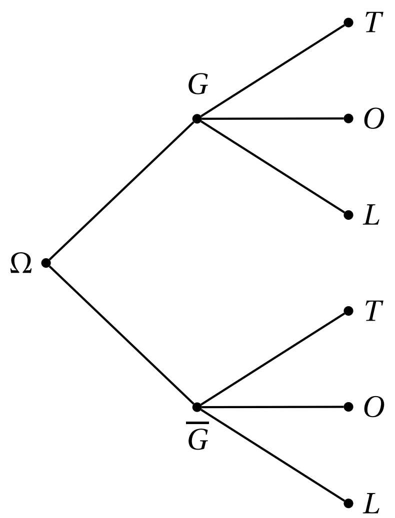
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Alea()	Personnage	Gagné/Perdu	Résultat		Fréquence	T	O	L	Total
2	0,56596464	O	1	O1		Gagné (1)	0,1303	0,1269	0,0817	0,3389
3	0,54033241	O	0	O0		Perdu (0)	0,3842	0,1204	0,1565	0,6611
4	0,88371944	L	1	L1		Total	0,5145	0,2473	0,2382	1
5	0,08695424	T	0	T0						
6	0,84473446	L	0	L0						
7	0,00070902	T	0	T0						
8	0,58895222	O	0	O0						
9	0,54198201	O	0	O0						
10	0,68567925	O	1	O1						
11	0,4282848	T	1	T1						
12	0,32370848	T	0	T0						

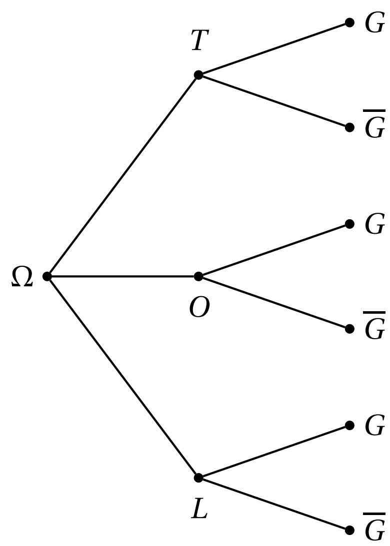
On entre en **A2** la formule : $\boxed{\textbf{=ALEA()}}$

1. (a) Expliquer que l'on saisisse en B2 la formule $\boxed{\textbf{=SI(A2<1/2;"T";SI(A2<3/4;"O";"L"))}}$.
   (b) On simule sur tableur un résultat égal à 1 avec une probabilité égale à p et égal à 0 sinon par l'instruction $\boxed{\textbf{=ENT(ALEA()+p)}}$.
   Expliquer que l'on saisisse en **C2** la formule :
   $\boxed{\textbf{=SI(B2="T";ENT(ALEA()+1/4);SI(B2="O";ENT(ALEA()+1/2);ENT(ALEA()+1/3)))}}$
   (c) Expliquer que l'on saisisse en **D2** la formule : $\boxed{\textbf{CONCATENER(B2;C2)}}$.
   (d) Sélectionner les cellules de **A2** à **D2**, puis recoper vers le bas jusqu'à la ligne 10 001 pour effectuer la simulation sur un échantillon de taill 10 000.
2. (a) Saisir en **G2** la formule $\boxed{\textbf{=NB.SI(D2 :D10001;"T1")/10000}}$. Que calcule-t-on ?
   (b) En utilisant des formules analogues, dresser un tableau des fréquences des six résultats possibles (T0, T1, O0, O1, L0, L1), puis calculer les fréquences marginales (totaux par ligne et par colonne).
   Remarque. En raison de la fluctuation d'échantillonnage, vous n'obtiendrez pas les mêmes résultats que ceux du tableau donné en exemple mais ils doivent s'en rapprocher.
3. En utilisant plusieurs fois la touche **F9**, estimer la probabilité de gagner $p(G)$, aux fluctuations d'échantillonage près (arrondir à 10^{-2}).

Partie B : Utilisation d'un arbre pondéré

1. Deux arbres pondérés sont proposés en lien avec la situation :





   (a) Quel arbre vous paraît le plus pertinent pour résumer la partie jouée par Mike ?
   (b) Compléter l'arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2. En déduire $p(G)$ et comparer avec l'estimation obtenue par simulation dans la partie A.