1ère S, le 08 février 2018

Devoir de mathématiques n°6

Exercice 1 : *4 points*

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 7x^5 - 3x^2 + 9$ sur IR.

b) $g(x) = x(\sqrt{x} + 1)$ sur] 0 ; +∞ [.

c) $h(x) = \dfrac{6x+5}{2x-11}$ sur IR \ $\left\{\dfrac{11}{2}\right\}$.

Exercice 2 : *7,5 points*

Une ingénieure dans l'industrie doit concevoir une boîte fermée de volume 1 dm^3 ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur y et dont la base est un carré de côté x dm où x et y sont des réels strictement positifs.

1) Justifier que $y = \dfrac{1}{x^2}$.
2) En déduire que l'aire totale de la boîte est $S(x) = 2x^2 + \dfrac{4}{x}$.
3) Montrer que, pour x > 0, $S'(x) = \dfrac{4(x-1)(x^2+x+1)}{x^2}$.
4) En déduire le sens de variation de S sur] 0 ; +∞ [.
5) Donner les dimensions de la boîte d'aire minimale.

Exercice 3 : *6 points*

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x$, soit C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1) Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse -1.
2) C_f admet-elle d'autres tangentes parallèles à T ? Si oui, déterminer les coordonnées du(des) point(s) de contact.

Exercice 4 : *6 points*

1) Déterminer $\sin(\frac{289\pi}{6})$ sans utiliser la calculatrice.

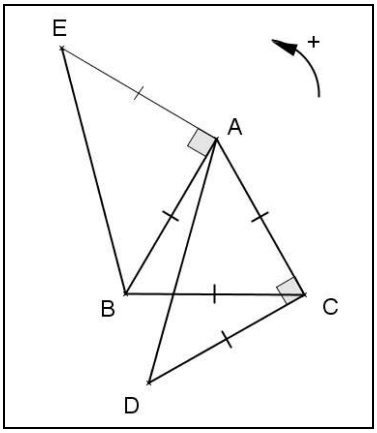
2) Sachant que $\cos(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$:

   a) Déterminer $\sin(\frac{\pi}{5})$ après avoir justifié que $\sin(\frac{\pi}{5})$ >0.

   b) En déduire $\sin(-\frac{\pi}{5})$, $\cos(\frac{4\pi}{5})$ et $\sin(\frac{9\pi}{10})$.

3) Résoudre dans IR, puis dans [0 ; 2π [, l'équation : $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Exercice 5 : *6,5 points*



On considère la figure ci-contre où :

- ABC est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.
- ACD et BAE sont des triangles rectangles isocèles tels que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

Toute réponse devra être soigneusement justifiée.

1) a) Déterminer la mesure en radians de l'angle $\hat{ABE}$.
   b) En déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BA})$.

2) a) Déterminer la mesure en radians de l'angle $\hat{BCD}$ puis celle de l'angle $\hat{CBD}$.
   b) En déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$.

3) a) Déduire des questions précédentes une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BD})$.
   b) Que peut-on en conclure pour les points B, D et E ?

Exercice bonus :

a) Simplifier l'expression $S = \sin(\frac{\pi}{7}) + \sin(\frac{8\pi}{7}) + \sin(\frac{5\pi}{14}) + \sin(\frac{9\pi}{14})$.

b) Résoudre dans [0 ; 2π [l'équation $2\sin^2(t) - 3\sin(t) + 1 = 0$.