23/11/2017 **DEVOIR SURVEILLE n°3** **1ère S**

NOM : …… **Durée: 2 heures**

La qualité de la rédaction et de la présentation entrera pour une part importante dans la notation de la copie.
Le barème est donné à titre indicatif. Il est sur 30 points. Le sujet est à rendre avec la copie.

Question de cours (3 points)

Démontrer la proposition suivante :

« La fonction racine carrée est croissante sur [0 ; + ∞[. »

EXERCICE 1 (9 points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Voici le tableau de variations d'une fonction u définie sur l'intervalle [– 3 ; 9].

x	– 3		– 1		2		5		9
$u(x)$	2	↗	9	↘	0	↘	– 4	↗	– 1

Pour chacune des fonctions suivantes :

- préciser son ensemble de définition : justifier uniquement s'il est différent de celui de u.
- établir son tableau de variations : justifier dans tous les cas.

a) $f = u - 2$ **b)** $g = -2u$ **c)** $h = \dfrac{1}{u}$ **d)** $k = \sqrt{u}$

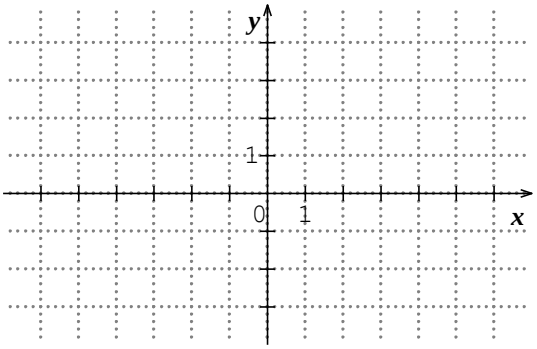
e) Question bonus hors barème

Etablir, en justifiant, le tableau de variations de la fonction v définie par $v(x) = |u(x)|$.

2) Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = 3 - |x|$

a) Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la fonction f.

b) Représenter graphiquement la fonction f dans le repère donné ci-dessous.



c) Résoudre graphiquement, ou algébriquement, l'équation $f(x) = 1$

EXERCICE 2 (6 points)

Soit f la fonction définie, pour tout réel $x \neq -2$, par $f(x) = \dfrac{2x - 4}{x + 2}$

1)a) Vérifier que pour tout réel $x \neq -2$, $f(x) = 2 - \dfrac{8}{x + 2}$

b) Déterminer, en justifiant, le sens de variation de f sur]– ∞ ; – 2[.

2) On considère, dans un repère du plan, la courbe (C_f) représentative de la fonction f et la droite (d) d'équation $y = x - 2$.

a) Montrer que pour tout réel $x \neq -2$, $f(x) - (x - 2) = \dfrac{-x^2 + 2x}{x + 2}$

b) En déduire la position relative de la courbe (C_f) et de la droite (d).

EXERCICE 3 (6 points)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{2\,u_n}{2 + 3\,u_n}$

1) Calculer les termes u_1 et u_2.

2) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier la réponse.

3) Compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche la valeur de u_n , n étant un entier naturel choisi.

Variables
n et k sont des entiers naturels
u est un nombre réel
Entrée
Demander la valeur de n
Traitement
u prend la valeur …….
Pour k allant de ……. à ……
| ……
Fin Pour
Sortie
Afficher u

4) On admet que pour tout entier naturel n, u_n n'est pas nul.

Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = \dfrac{2}{u_n}$

a) Calculer v_0, v_1 et v_2.

b) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

c) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n.

EXERCICE 4 (6 points)

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement, la concentration diminuant de 20 % chaque heure.
On note c_n la concentration, en mg/L, n heures après l'injection, pour n entier naturel.
On donne $c_0 = 7$.

1)a) Calculer c_1 , c_2 et c_3.

b) Quelle est la nature de la suite (c_n) ? Le justifier.

c) En déduire l'expression de c_n en fonction de n.

d) Quelle est la concentration du médicament, à 10^{-3} près, dans le sang 18 heures après l'injection ?

2) On souhaite maintenir la concentration du médicament au-dessus de 5 mg/L pendant 18 heures.
Pour cela, on pratique une heure après la première injection, puis toutes les heures, une injection de 1 mg/L du médicament.
On note k_n la valeur de la concentration, en mg/L, n heures après l'injection, pour n entier naturel.
On a $k_0 = 7$.

a) Justifier que pour tout entier naturel n, $k_{n+1} = 0{,}8\,k_n + 1$

b) On pose pour tout entier naturel n, $d_n = k_n - 5$
Démontrer que la suite (d_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

c) Exprimer d_n , puis k_n en fonction de n.

d) Quelle est la concentration du médicament, à 10^{-3} près, dans le sang 18 heures après l'injection ?