Nom : *Jeudi 28 septembre 2017 – 1h*

Devoir surveillé n°1

Second degré

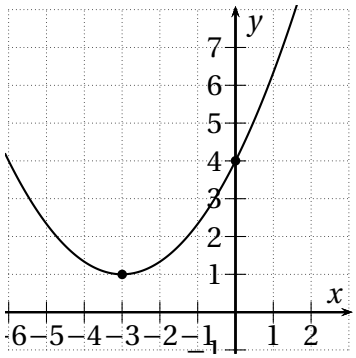
L'énoncé est à rendre avec sa copie.
Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 20 points).

EXERCICE 1 (7 points)**.**
Les questions sont indépendantes.

1. Soit f le polynôme qui, à tout $x \in \mathbb{R}$, associe $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$.
   (a) Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
   (b) Déterminer l'extremum de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. Soit P le polynôme qui, à tout $x \in \mathbb{R}$, associe $P(x) = -2x^2 + 3x - 1$.
   (a) Déterminer une factorisation en produit de facteurs du premier degré de $P(x)$
   (b) Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 + 4x + 5 = 0$.

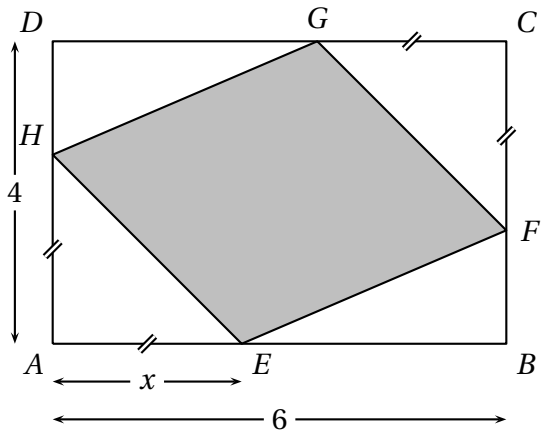
EXERCICE 2 (5 points)**.**
Les questions sont indépendantes.
Soit f et g deux fonctions polynôme du second degré.

1. Déterminer, en justifiant, une expression de f sachant qu'elle s'annule en -2 et en 3 et que l'image de 4 par f est 6.
2. Déterminer, en justifiant, une expression de g sachant qu'elle admet comme représentation graphique la parabole donnée ci-contre.



EXERCICE 3 (8 points)**.**
Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ cm et $AD = 4$ cm.
Les points E, F, G et H sont, respectivement, sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ et tels que $AE = AH = CF = CG = x$.

1. Sur quel intervalle I peut varier x ?
2. Montrer que l'aire du domaine $EFGH$, qu'on notera $\mathscr{A}(x)$, est telle que
   $$\mathscr{A}(x) = -2x^2 + 10x$$
   pour tout $x \in I$.
3. Est-il possible que l'aire du domaine $EFGH$ soit égale à la moitié de celle du rectangle $ABCD$?
   Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de x ?



EXERCICE 4 (En bonus)**.**
Déterminer selon les valeurs du réel α le nombre de solutions de l'équation $x^2 + \alpha x - \alpha = 0$.