

Devoir surveillé n°1

Second degré

L'énoncé est à rendre avec sa copie.

Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 20 points).

EXERCICE 1.1 (9 points).

Les questions sont indépendantes.

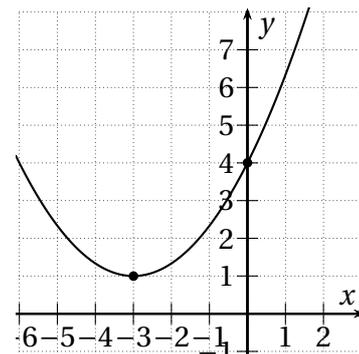
- Soit f le polynôme qui, à tout $x \in \mathbb{R}$, associe $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$.
 - Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
 - Déterminer l'extremum de $f(x)$ sur \mathbb{R} .
- Soit P le polynôme qui, à tout $x \in \mathbb{R}$, associe $P(x) = -2x^2 + 3x - 1$.
 - Déterminer une factorisation en produit de facteurs du premier degré de $P(x)$
 - Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $2x^2 + 4x + 5 = 0$.

EXERCICE 1.2 (6 points).

Les questions sont indépendantes.

Soit f et g deux fonctions polynôme du second degré.

- Déterminer, en justifiant, une expression de f sachant qu'elle s'annule en -2 et en 3 et que l'image de 4 par f est 6 .
- Déterminer, en justifiant, une expression de g sachant qu'elle admet comme représentation graphique la parabole donnée ci-contre.



EXERCICE 1.3 (5 points).

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ cm et $AD = 4$ cm.

Les points E, F, G et H sont, respectivement, sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ et tels que $AE = AH = CF = CG = x$.

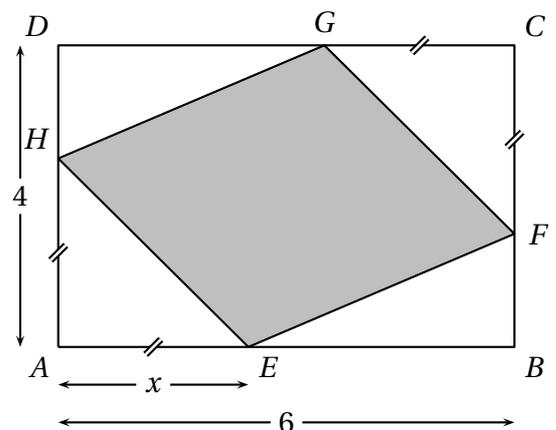
- Sur quel intervalle I peut varier x ?
- Montrer que l'aire du domaine $EFGH$, qu'on notera $\mathcal{A}(x)$, est telle que

$$\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 10x$$

pour tout $x \in I$.

- Est-il possible que l'aire du domaine $EFGH$ soit égale à la moitié de celle du rectangle $ABCD$?

Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de x ?



EXERCICE 1.4 (En bonus).

Déterminer selon les valeurs du réel α le nombre de solutions de l'équation $x^2 + \alpha x - \alpha = 0$.