

Devoir maison n°1

Lieu de points

À rendre pour le vendredi 22 septembre.

Ce devoir maison peut être fait à deux (une copie pour deux élèves).

Ce devoir maison nécessite l'utilisation du logiciel (libre, gratuit et multi-supports) de géométrie dynamique nommé GeoGebra, disponible sur le site : <http://www.geogebra.org/>.

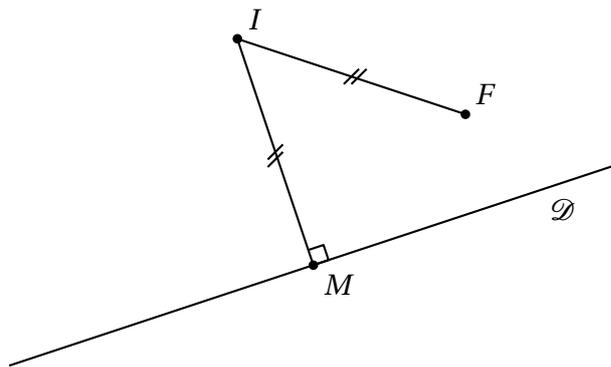
On se place dans un plan.

Soit \mathcal{D} une droite et F un point quelconque du plan n'appartenant pas à \mathcal{D} .

Pour tout point M de la droite \mathcal{D} , on construit le point I vérifiant les deux conditions suivantes :

- $MI = IF$
- (MI) est perpendiculaire à \mathcal{D}

On se pose pour objectif, dans ce devoir, de déterminer quel est l'ensemble des positions prises par I , on dit aussi quel est le lieu géométrique de I , lorsque le point M décrit la droite \mathcal{D} .



Conjecturer avec Geogebra

1. Quel est dans le plan l'ensemble des points équidistants de deux points ?
Proposer alors une méthode de construction du point I à partir du point F , de la droite \mathcal{D} et d'un point M de la droite \mathcal{D} .
2. Utiliser Geogebra :
 - Créer une droite \mathcal{D} (passant par deux points A et B), un point F extérieur à \mathcal{D} et un point M sur la droite \mathcal{D} (menu *Point*, item *Point sur objet*).
 - Construire le point I selon la méthode décrite dans la question 1.
 - Activer la trace de I (clic droit sur le point I , case à cocher *Trace activée*) et faire varier le point M sur la droite \mathcal{D} .
3. Quel semble être le lieu géométrique du point I quand M la droite \mathcal{D} ?

Le fichier créé devra être rendu avec la copie, soit sur clé USB, soit par courriel.

Démontrer la conjecture

On munit le plan d'un repère orthonormé admettant la droite \mathcal{D} comme axe des abscisses et dont l'axe des ordonnées passe par F .

Dans ce repère, on note x l'abscisse de M , f l'ordonnée de F et y l'ordonnée de I .

1. Avec les conventions précédentes, donner les coordonnées des points F , M et I .
2. Montrer que la condition $MI = IF$ est alors équivalente à $MI^2 = IF^2$ puis à $x^2 - 2yf + f^2 = 0$.
3. Exprimer alors y en fonction de x (et f).
4. Conclure.

En mathématiques, il y a plusieurs manières de définir cet objet géométrique (le lieu géométrique de I), que vous avez déjà rencontré dans votre scolarité. L'une d'elle, dont s'inspire ce devoir, est la suivante :

« C'est l'ensemble des points situés à égale distance d'une droite \mathcal{D} et d'un point F . On appelle alors la droite \mathcal{D} la directrice et le point F le foyer. »