

Mardi 2 mai 2017

Nom : .....

Prénom : .....

Classe : .....

# DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

## 2 HEURES

- ✓ L'usage de la calculatrice est autorisé mais **l'échange ou le prêt est interdit** (*de même pour crayons, correcteur, règle, compas ...*).
- ✓ La qualité de la rédaction, la clarté, la précision des raisonnements et la propreté entrent dans l'appréciation des copies.
- ✓ Tout résultat doit être soigneusement **justifié** et tous les calculs doivent être clairement explicités.
- ✓ Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.
- ✓ Toutes feuilles d'énoncé sont à rendre avec la copie.

LYCEE DUPUY DE LÔME

### Exercice 1 :

Sur la place San Marco à Venise, adossé au Campanile, se trouve un enregistreur de marée.

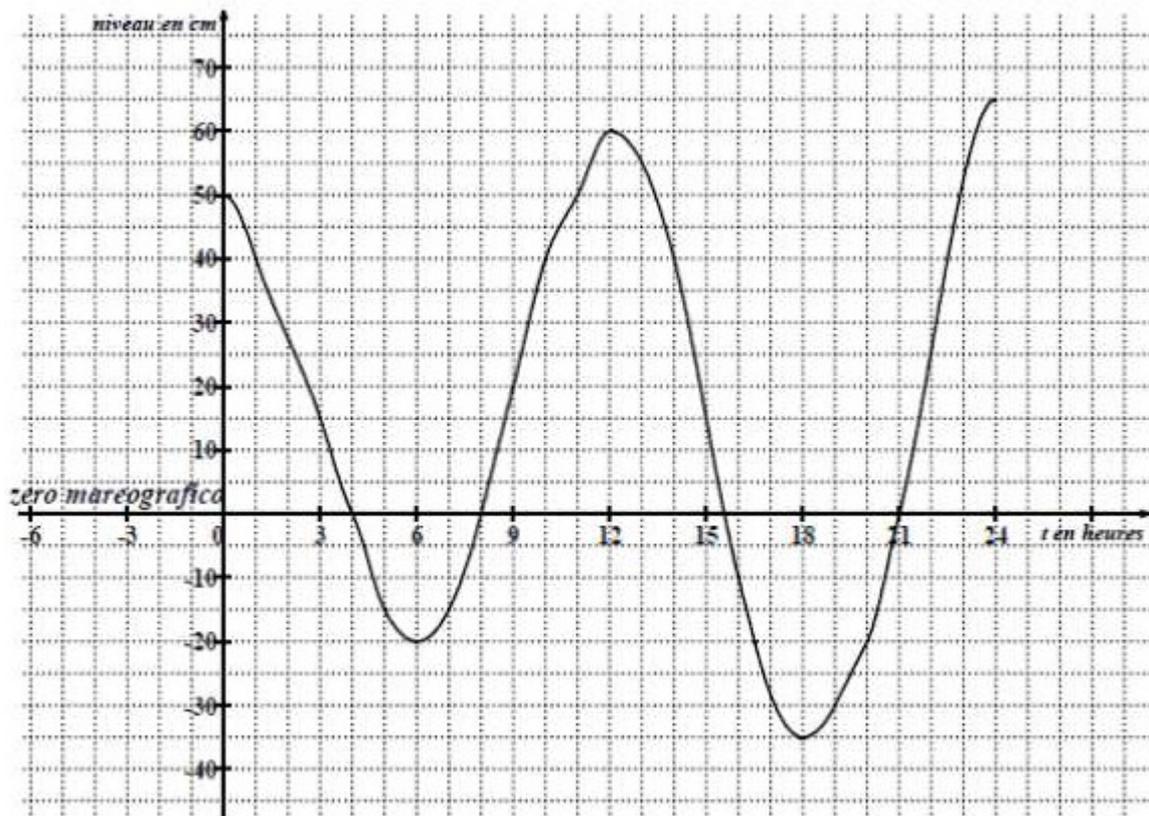
Pour la journée du 10 octobre 2014, on peut lire le graphique ci-dessous.

A partir du zéro de marée (*zero mareografico*) on porte en ordonnée la différence de niveau en cm.

Par exemple, à 12h c'est la marée haute correspondant à une différence de niveau de 60 cm.

On appelle  $d$  la fonction qui, à chaque temps  $t$ , en heures, associe la différence de niveau  $d(t)$  en cm.

La place San Marco est inondée si la différence de niveau est strictement supérieure à 50 cm.



### Graphiquement :

1- Compléter le tableau de variations de la fonction  $d$ .

$t$	
Variations de $d$	

2- Compléter le tableau de signes de la fonction  $d$ .

$t$	
Signe de $d$	

3- Quel est le minimum de la fonction  $d$  sur l'intervalle  $[0; 12]$  ? A quelle heure le minimum est-il obtenu ?

.....  
.....

4- Si le niveau descend strictement en dessous de  $-20$  cm, les petits canaux de la ville ne sont plus navigables.

Sur quel(s) intervalle(s) de temps cela arrive-t-il ?

.....

5-a) Résoudre l'inéquation  $d(t) > 50$  .

b) Interpréter cette situation pour la ville de Venise .

.....  
.....  
.....

**Exercice 2 :**

Un porte-monnaie contient 3 pièces : une pièce de 0,50 €, une pièce de 1 € et une pièce de 2 €.

On tire successivement au hasard deux pièces en remettant la première avant de tirer la deuxième pièce.

1- Construire un arbre en y indiquant toutes les issues possibles.

2- On calcule alors la somme des deux pièces tirées.

On appelle :  $E$  l'événement : « la somme des deux pièces tirées est un nombre entier »

$F$  l'événement : « la somme des deux pièces tirée est supérieure ou égale à 2,50 € ».

*Les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible.*

a) Calculer  $p(E)$  et  $p(F)$  .

b) Exprimer par une phrase l'événement  $E \cap F$  . Calculer sa probabilité.

c) Exprimer par une phrase l'événement  $E \cup F$  . Calculer sa probabilité.

d) Exprimer par une phrase l'événement  $\bar{E}$  . Calculer sa probabilité.

**Exercice 3 :**

Une entreprise produit jusqu'à 60 tonnes de pâte à papier par heure.

Le coût de production en euros pour  $x$  tonnes de pâte à papier par heure est donné par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 60]$  par :  $C(x) = x^2 + 632x + 1075$ .

L'entreprise vend sa pâte à papier 700 € la tonne.

Un petit rappel bien utile : **Bénéfice = Recette – Coût de production .**

1- En une heure l'entreprise a produit 30 tonnes de pâte à papier.

- a) Quel est le coût de production ?
- b) Quelle est alors le montant de la vente, c'est à dire la recette, de ces 30 tonnes ?
- c) Quel bénéfice réalise l'entreprise avec cette production et cette vente ?

2- Pour une quantité de  $x$  tonnes de pâte à papier produite et vendue par heure, on note  $B(x)$  le montant en euros du bénéfice réalisé.

- a) Exprimer la recette, noté  $R(x)$ , en fonction de  $x$ .
- b) En déduire que :  $B(x) = -x^2 + 68x - 1075$ .
- c) Montrer que :  $B(x) = -(x - 34)^2 + 81$ .
- d) Montrer que :  $B(x) = (43 - x)(x - 25)$ .

3- Dresser le tableau de signes de  $(43 - x)(x - 25)$  sur l'intervalle  $[0; 60]$ .

4- Dresser le tableau de variation de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0; 60]$ .

5- En utilisant l'expression la plus adaptée de la question 2, déterminer en justifiant :

- a) le bénéfice correspond à 0 tonne produite (*arrêt de la production*) ;
- b) la quantité de pâte à papier que doit produire et vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice positif ;
- c) la quantité de pâte à papier que doit produire et vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximum.

6- Afin de récompenser ses salariés en cas de bénéfice, l'entreprise verse à chaque salarié une prime mensuelle selon la règle suivante :

- si le bénéfice  $B$  est inférieur ou égal à 40 000 €, le montant de cette prime est égal à 0,5% du bénéfice réalisé;
- si le bénéfice  $B$  est strictement supérieur à 40 000 €, le montant de cette prime est égal à 200 € plus 0,1 % de la différence  $(B - 40 000)$ .

Bien entendu, si l'entreprise ne réalise pas de bénéfice, le salarié ne reçoit pas de prime.

**Variables :**  $B$  : bénéfice,  $M$  : montant de la prime

**Début d'algorithme**

**Initialisation :** Entrer .....

**Traitement :** si  $B > 40\ 000$   
 alors  $M$  prend la valeur .....  
 sinon  
 si .....  
 alors  $M$  prend la valeur .....  
 sinon  $M$  prend la valeur .....  
 Fin du si  
 Fin du si

**Sortie :** Afficher .....

**Fin**

Compléter l'algorithme ci-dessus, destiné à calculer automatiquement le montant de la prime.

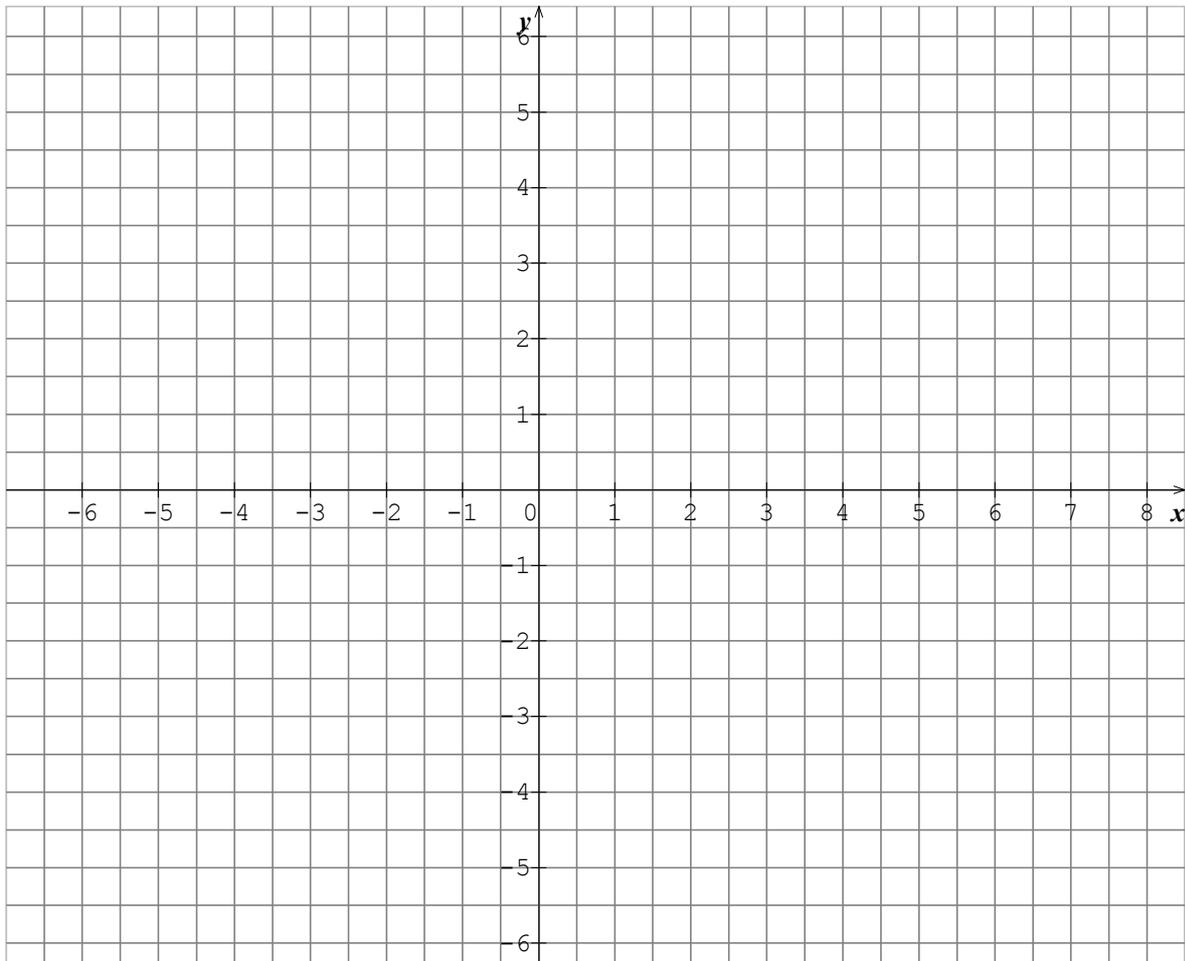
#### **Exercice 4 :**

Le plan est muni d'un repère orthonormé

On considère les points  $A(-3;1)$ ,  $B(-1;5)$ ,  $C(6;4)$ ,  $K(2;1)$ .

On donne les distances suivantes  $KB = 5$  et  $KC = 5$ .

1- Placer les points dans le repère ci-dessous. On complétera la figure au fur et à mesure.



2- Montrer que le point  $A$  appartient au cercle de centre  $K$  passant par le point  $B$  dont on précisera le rayon.

On admettra, par la suite, que le point  $C$  appartient à ce cercle.

3- Soit  $D$  le point de coordonnées  $(7;1)$ .

a) Justifier que  $K$  est le milieu de  $[AD]$ .

b) En déduire la nature du triangle  $ABD$ .

4-a) Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

b) En déduire les coordonnées du point  $E$  tel que  $ABDE$  soit un parallélogramme.

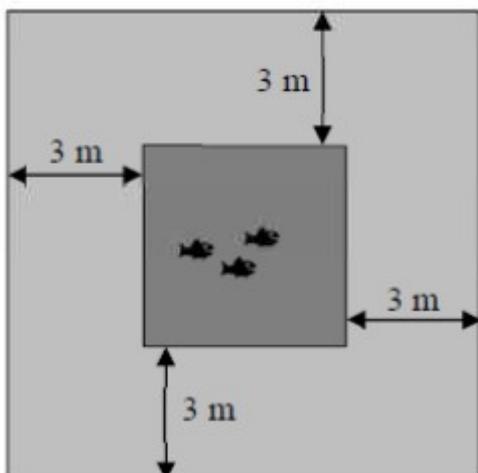
c) Prouver que  $ABDE$  est un rectangle.

5- On note  $P$  le point de coordonnées  $(0;2)$ .

Les points  $P$ ,  $A$  et  $C$  sont-ils alignés ?

### **Exercice 5 :**

*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou prise d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*



Dans son jardin, Jules souhaite entourer un bassin carré par une pelouse large de 3 m .

Il sème des graines sur  $90 \text{ m}^2$  .

Quelle est l'aire du bassin ?