

## Devoir maison n°5

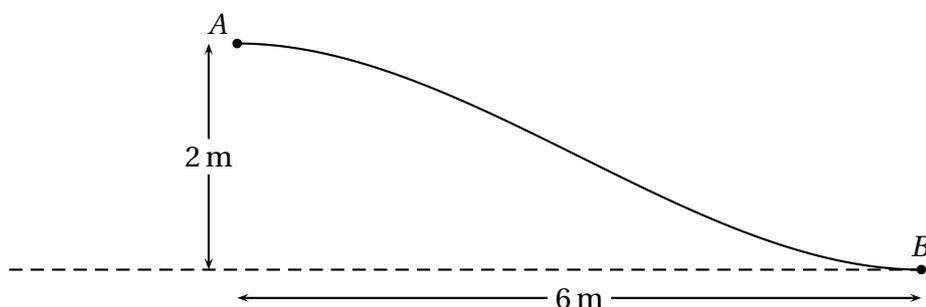
### Fonction dérivée

À rendre pour le lundi 19 mars.

Une entreprise fabrique des toboggans.

Elle reçoit la commande d'une municipalité pour construire un toboggan respectant les contraintes suivantes :

- le toboggan ne doit pas présenter d'angle;
- le départ se fait à une altitude de 2 m;
- la longueur « hors tout » est de 6 m;
- au départ et à l'arrivée le toboggan doit être horizontal.



L'entreprise est chargée de trouver une solution dont le profil sera donné par la courbe d'une fonction  $f$ .

#### Partie A

1. Choisir un repère orthonormé et donner les coordonnées de  $A$  et  $B$  dans ce repère.
2. La première des contraintes que doit respecter le toboggan peut se traduire par : «  $f$  est dérivable sur son domaine de définition ». On notera alors  $f'$  sa fonction dérivée. Traduire les autres contraintes à l'aide de  $f$  et de  $f'$ .
3. Pour des raisons techniques, l'entreprise ne peut fabriquer que des toboggans dont le profil vérifie une équation du type  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .
  - (a) La première contrainte est-elle vérifiée?
  - (b) Déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  pour que toutes les contraintes soient vérifiées.

#### Partie B

Dans un repère orthonormé, on appelle *pente* du toboggan la fonction  $g(x) = |f'(x)|$  où  $f$  est la fonction décrivant le profil du toboggan.

1. Après avoir étudié le signe de  $f'(x)$  selon les valeurs de  $x$ , déterminer l'expression de  $g(x)$  sans valeurs absolues.
2. L'entreprise décide d'installer une barre de renfort verticale là où la pente est maximale.
  - (a) Déterminer en quel(s) point(s) la pente est maximale.
  - (b) En déduire la position et la taille de la barre de renfort.