

Nom :
 Prénom :
 Classe :

Lycée Dupuy de Lôme
 Année 2005/2006

Devoir commun de Mathématiques (Seconde)

Durée : 2 heures

Le barème est indicatif, le total est sur 50

Pour les exercices 1. et 3. le barème est le suivant :
 (par question)

- une réponse juste rapporte 1 point ;
- une réponse fausse **enlève** 0.5 point ;
- un absence de réponse rapporte 0 point.

Pour l'exercice 6. le barème est le suivant :
 (par question)

- une réponse juste rapporte 0.5 point ;
- une réponse fausse **enlève** 0.25 point ;
- un absence de réponse rapporte 0 point.

Pour chacun de ces trois exercices, un éventuel total négatif est ramené à 0.

Exercice n°1 : (7 points)

Répondre aux questions suivantes : (en entourant la réponse correcte)

Il y a à chaque fois exactement une réponse correcte.

proposition	réponse a	réponse b	réponse c
Le nombre $1,4 \times 10^{-18}$ s'écrit aussi	140×10^{-20}	140×10^{-16}	$0,0014 \times 10^{-16}$
Le réel $\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{3}$ appartient à	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$
Le nombre $\frac{2^3 \times 15^2}{12^4}$ s'écrit aussi :	$2^{-3} \times 3^{-2} \times 5^2$	$2^{-5} \times 3^{-2} \times 5^{-2}$	$2^{-5} \times 3^{-2} \times 5^2$
L'ensemble des solutions de $-\frac{1}{2}x + 3 \geq 0$ est	$] -\infty; 6]$	$[-\frac{5}{2}; +\infty[$	$[6; +\infty[$
Le réel $\frac{4-2\sqrt{2}}{2}$ se simplifie en	$2 - 2\sqrt{2}$	$2 - \sqrt{2}$	$4 - \sqrt{2}$
Le double du carré de la somme de a et de b est	$2a^2 + 2b^2$	$(2a + 2b)^2$	$2(a + b)^2$
$] -\infty; 3[\cap [2; 4]$ est égal à	$] -\infty; 4]$	$[2; 3[$	$] -\infty; 2]$

Exercice n°2 : (7 points)

Les représentations graphiques $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de deux fonctions f et g définies sur $[-2; 5]$ sont données ci-contre :

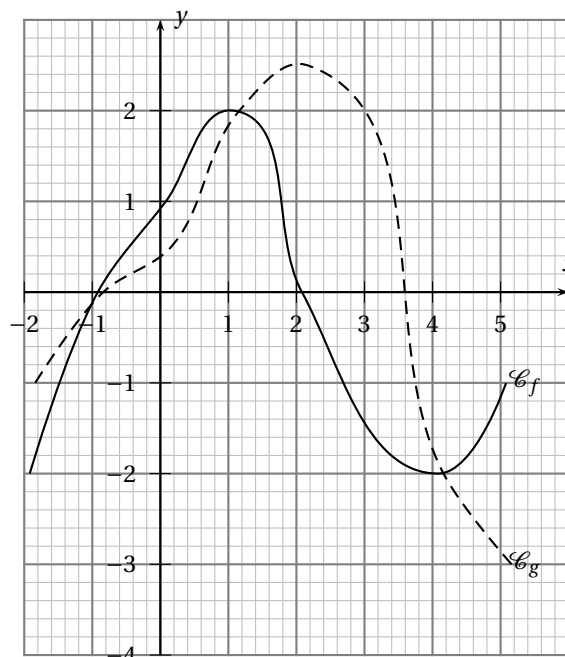
Répondre, à l'aide du graphique, aux questions suivantes :

1. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur $[-2; 5]$ est :
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sur $[-2; 5]$ est :
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$ sur $[-2; 5]$ est :
4. Le tableau de signes de f sur $[-2; 5]$ est :

x	
signe de $f(x)$	

5. Le tableau de variations de f sur $[-2; 5]$ est :

x	
variations de f	



Exercice n°3 : (4 points)

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-3;7]$:

x	-3	-1	2	4	7
variations de g	5		3		9
		-1		0	

Cocher la réponse correcte :

Question :	vrai	faux	on ne peut pas savoir
0 est le minimum de g sur $[-2;7]$	☐	☐	☐
$g(0) < g(1)$	☐	☐	☐
$g(3) > g(5)$	☐	☐	☐
$g(3) = 2$	☐	☐	☐

Exercice n°4 : (9 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2x - 1)^2 - 3(x + 2)(2x - 1)$$

1. Démontrer que, pour tout réel x , $f(x)$ peut aussi s'écrire

(a) $f(x) = -2x^2 - 13x + 7$ (forme 1)

(b) $f(x) = (2x - 1)(-x - 7)$ (forme 2)

2. Répondre aux questions suivantes **en choisissant, à chaque fois, la forme la plus adaptée (forme 1 ou 2)**.

- (a) Calculer les images par f de $-\frac{1}{2}$ puis de $\sqrt{2} - 1$.
- (b) Déterminer l'ensemble des réels x ayant comme image 0 par f .
- (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 7$.
- (d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -13x - 11$.

Exercice n°5 : (12 points)

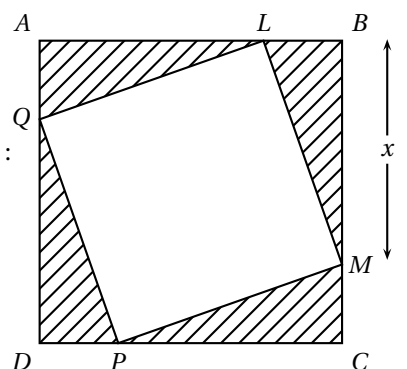
Soient $ABCD$ un carré de côté de mesure 5 et M un point de $[BC]$.

On note :

- $x = BM$;
- P , Q et L les points des segments respectifs $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$ tels que :

$$CP = DQ = AL = BM = x$$

On admettra que les quatre triangles hachurés ont la même aire.



1. Quel est l'ensemble I des valeurs possibles de x ?
2. Par la suite, x désigne un réel appartenant à I .
- (a) Exprimer, pour tout réel x de I , AQ en fonction de x .
- (b) Exprimer l'aire du triangle ALQ en fonction de x .
- (c) En déduire l'aire $f(x)$ du quadrilatère $LMPQ$ en fonction de x .
- (d) Montrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme :

$$f(x) = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$

3. (a) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs ci-dessous :

On donnera les valeurs décimales exactes.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$					13						

- (b) Tracer la courbe représentant f (unités : 2cm pour 1 en abscisse, 0,5cm pour 1 en ordonnées)
- (c) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire de $LMPQ$ semble minimale. Quelle pourrait cette aire minimale?
4. (a) Exprimer, à l'aide de 2. (d), $f(x) - f\left(\frac{5}{2}\right)$.
- (b) Montrer que, pour tout x dans I , $f(x) - f\left(\frac{5}{2}\right) \geq 0$.
- (c) En déduire que f admet un minimum et préciser la valeur en laquelle ce minimum est atteint.

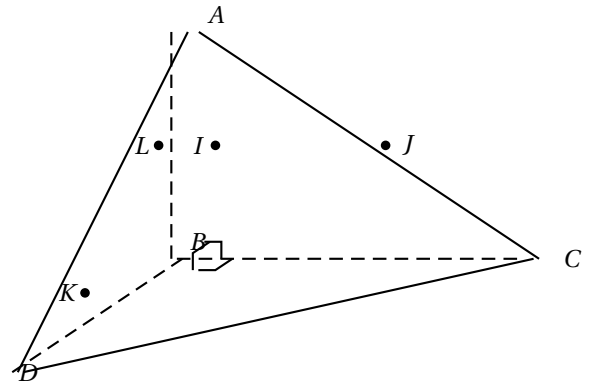
Exercice n°6 : (4,5 points)

Soit $ABCD$ un tétraèdre.

- I est le milieu de $[AB]$;
- J est le milieu de $[AC]$;
- K et L sont deux points du segment $[AD]$, distincts de son milieu et de ses extrémités ;
- Les angles $\widehat{ABD}$, $\widehat{DBC}$ et $\widehat{ABC}$ sont des angles droits ;
- $BD = 8$ cm, $BC = 9$ cm et $BA = 6$ cm.

Compléter, sans justifications, le tableau suivant :

affirmation	vrai	faux
Le point K est un point du plan (ACD)	☐	☐
Le point I est un point du plan (ACD)	☐	☐
Les points I, J et L sont alignés	☐	☐
Les droites (IK) et (BD) sont sécantes	☐	☐
Les droites (JK) et (AB) sont sécantes	☐	☐
Les droites (JL) et (CD) sont sécantes	☐	☐
Le droite (IJ) est sécante au plan (BCD)	☐	☐
Les plans (IJK) et (BCD) sont parallèles	☐	☐
le volume du tétraèdre $ABCD$ est 216cm^3	☐	☐



Exercice n°7 : (6.5 points)

Soit $ABCD$ un tétraèdre.

E, F et G sont des points des segments respectifs $[AB]$, $[AD]$ et $[AC]$ tels qu' aucun des côtés du triangle EFG ne soit parallèle à un côté du triangle BCD .

1. Montrer que les droites (EF) et (BD) sont sécantes en un point I .
Le placer sur la figure.
2. Construire le point J , intersection de la droite (EG) et du plan (BCD) .
On laissera les traits de construction apparents.
3. Quelle est l'intersection des plans (EFG) et (BCD) ? Justifier.
4. (a) Soit K l'intersection des droites (FG) et (CD) . Placer le point K .
(b) Que peut-on en déduire quant aux points I, J et K ? Justifier.

