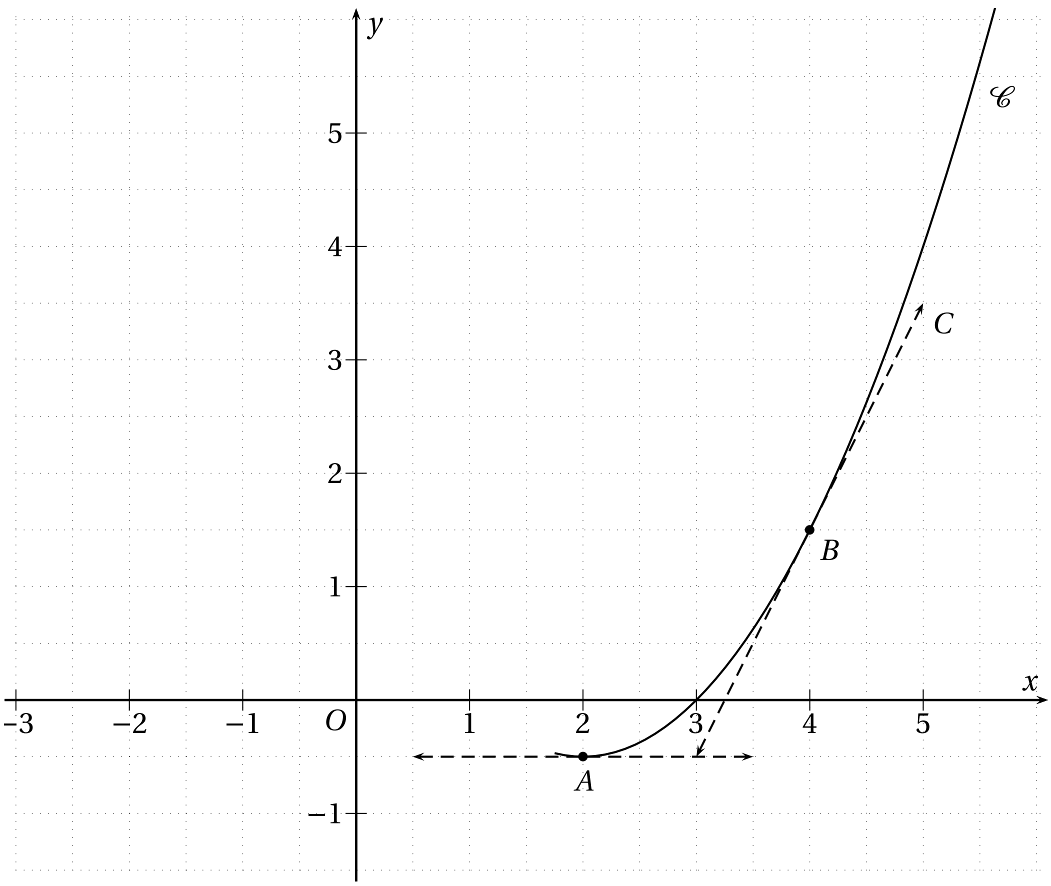
Devoir surveillé n°5

Géométrie analytique – Nombre dérivé

L'énoncé est à rendre avec sa copie.
Penser à écrire son nom dessus.
Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 20 points).

EXERCICE 5.1 (7 points).
On donne ci-dessous un repère dans lequel une partie de la courbe d'une fonction f est tracée.
La courbe de f, qu'on notera $\mathscr{C}$, passe par les points A et B de coordonnées respectives $(2\,;-0,5)$ et $(4\,;1,5)$.
On a tracé en ces points les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$: celle en A est parallèle à l'axe des abscisses et celle en B passe par le point $C\,(5\,;3,5)$.



1. (a) Sans justifier, donner $f(2)$ et $f(4)$.
   (b) En justifiant, déterminer $f'(2)$ et $f'(4)$.
2. La fonction f ainsi définie est la fonction qui à tout réel x associe le réel $\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$.
   (a) Pour chacune des valeurs de a données ci-dessous :
   - Montrer que f est dérivable en a et déterminer $f'(a)$.
   - Tracer la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a dans le repère fourni.

     i. $a = 0$
     ii. $a = 1$

   (b) Terminer le tracé de la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère fourni.

EXERCICE 5.2 (4 points)**.**
Les questions sont indépendantes.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $x \longmapsto \frac{1}{x}$. Montrer que f est dérivable en -2.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $x \longmapsto \sqrt{x}$. Montrer que g est dérivable en 5.

EXERCICE 5.3 (9 points)**.**
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M.).
Pour chaque question quatre réponses sont possibles. Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s). Si aucune des quatre réponses n'est correcte, n'en cocher aucune.
Chaque question est notée sur 1,5. En cas d'erreur ou d'oubli, tous les points sont perdus.
Aucune justification n'est attendue.

1. La droite d'équation $-3x+4y-7=0$ admet comme vecteur(s) directeur(s) :
   ☐ $\vec{u}\,(-3\,;4)$ ☐ $\vec{u}\,(4\,;3)$ ☐ $\vec{u}\,(-3\,;-4)$ ☐ $\vec{u}\,(-4\,;-3)$

2. $\vec{u}\,(9\,;-2)$ est un vecteur directeur d'une droite $\mathscr{D}$. Alors $\mathscr{D}$ a pour coefficient(s) directeur(s) :
   ☐ $m=-\frac{9}{2}$ ☐ $m=\frac{2}{9}$ ☐ $m=-\frac{2}{9}$ ☐ $m=\frac{9}{2}$

3. Soit $A\,(3\,;1)$, $B\,(1\,;3)$ et $C\,(2\,;-1)$.
   La parallèle à (AB) passant par C a pour équation(s) :
   ☐ $2x+2y=2$ ☐ $x+y=4$ ☐ $4x+y=7$ ☐ $y=-x+1$

4. L'ensemble des points $M\,(x\,;\,y)$ tels que $x^2-4x+y^2+6y+5=0$ est :
   ☐ Le cercle de centre $\Omega\,(2\,;-3)$ et de rayon 8
   ☐ Le cercle de centre $\Omega\,(-3\,;2)$ et de rayon 8
   ☐ Le cercle de centre $\Omega\,(2\,;-3)$ et de rayon $2\sqrt{2}$
   ☐ Le cercle de centre $\Omega\,(-3\,;2)$ et de rayon $2\sqrt{2}$
5. L'ensemble des points $M\,(x\,;\,y)$ tels que $x^2-14x+y^2+4y+53=0$ est :
   ☐ Le cercle de centre $\Omega\,(7\,;-2)$ et de rayon $\sqrt{106}$
   ☐ Le point $(7\,;-2)$
   ☐ Le point $(-7\,;2)$
   ☐ L'ensemble vide
6. Soit $A\,(2\,;-3)$ et $C\,(4\,;-1)$. Le cercle de centre A passant par C coupe l'axe des ordonnées en :
   ☐ $D\,(0\,;-1)$ ☐ $E\,(0\,;-5)$ ☐ $F\,(-1\,;0)$ ☐ $G\,(-5\,;0)$

EXERCICE 5.4.
Cet exercice est un exercice bonus (hors barème).
Déterminer l'ensemble $\mathscr{S}$ des points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ d'équation $x^2-4x+y^2+6y+5=0$ et de la droite $\mathscr{D}$ d'équation $-x+y=-5$.
