Chapitre 5

Suites arithmétiques
Suites géométriques

Sommaire

5.1 Activités d'introduction

Les activités d'introduction seront choisies dans le manuel.

5.2 Suites arithmétiques

Définition 5.1. On appelle *suite arithmétique* toute suite (u_n) telle que, $\forall n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = u_n + r$$

où $r \in \mathbb{R}$ est appelé *la raison* de la suite arithmétique.

Remarque. Pour déterminer si une suite (u_n) est arithmétique, on peut calculer les quelques premiers termes de la suite. Là deux cas de figure :

1. Soit la différence entre les premiers termes n'est pas constante : $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$; alors la suite n'est pas arithmétique. Un contre-exemple suffit.
2. Soit la différence entre les premiers termes est constante : $u_1 - u_0 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$ et on peut conjecturer qu'elle est arithmétique. Mais pour le démontrer, il faudra aussi montrer que, pour tout n, la différence $u_{n+1} - u_n$ est constante. Des exemples ne suffisent pas.

EXERCICE.

1. La suite formée par les nombres entiers naturels pairs est-elle une suite arithmétique ? Et celle formée par les nombres entiers naturels impairs ?

2. La suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3n - 2$ est-elle arithmétique ?
3. La suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2$ est-elle arithmétique ?

Propriété 5.1. *Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.*

- *Si $r > 0$ alors la suite (u_n) est strictement croissante ;*
- *Si $r < 0$ alors la suite (u_n) est strictement décroissante ;*
- *Si $r = 0$ alors la suite (u_n) est constante.*

5.3 Suites géométriques

Définition 5.2. On appelle *suite géométrique* toute suite (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

où $q \in \mathbb{R}$ est appelé *la raison* de la suite géométrique.

Remarque. Pour déterminer si une suite (u_n) est géométrique, on peut calculer les quelques premiers termes de la suite. Là deux cas de figure :

1. Soit le quotient des premiers termes n'est pas constant : $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$; alors la suite n'est pas géométrique. Un contre-exemple suffit.
2. Soit le quotient des premiers termes est constant : $\frac{u_1}{u_0} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2}$ et on peut conjecturer qu'elle est géométrique. Mais pour le démontrer, il faudra aussi montrer que, pour tout n, le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est constante. Des exemples ne suffisent pas.

EXERCICE.

1. La suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2$ est-elle géométrique ?
2. La suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n$ est-elle géométrique ?

Propriété 5.2. *Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme positif de raison $q > 0$.*

- *Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est strictement croissante ;*
- *Si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est strictement décroissante ;*
- *Si $q = 1$ alors la suite (u_n) est constante.*

5.4 Exercices

Les exercices seront choisis dans le manuel.