

## Devoir surveillé n°3

### Suites

**L'énoncé est à rendre avec sa copie.**

*Penser à écrire son nom dessus.*

*Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 20 points).*

#### QUESTION DE COURS (3 points).

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0$  et de raison  $r$ .

Soit  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

Montrer que

$$S_n = \frac{(u_0 + u_n)(n+1)}{2}$$

#### PROBLÈME (17 points).

Une école de danse propose trois cursus différents à ses étudiants : le cursus *classique*, le cursus *contemporain* et le cursus *danses du monde*.

Le directeur de l'école de danse constate que, en 2016, les trois sections sont équitablement financées avec un montant de 10 000 € chacune.

Il souhaite avoir une vision à moyen terme du financement pour organiser les cours et pour cela étudie les subventions des années passées et, en supposant que les tendances observées se poursuivront, il modélise les évolutions des subventions des cursus de la manière suivante :

- le cursus *classique* gagne chaque année 200 € de subventions ;
- les subventions reçues par la section *contemporain* augmentent de 1,85 % d'une année sur l'autre ;
- les subventions reçues par le cursus *danses du monde* augmentent de 1 % d'une année sur l'autre et on enregistre également 95 € de nouvelles subventions.

On note, l'année 2016 +  $n$  :

- $c_n$  le montant des subventions reçues en section *classique* ;
- $p_n$  le montant des subventions reçues en section *contemporain* ;
- $d_n$  le montant des subventions reçues en section *danses du monde*.

On a donc  $c_0 = p_0 = d_0 = 10\,000$ .

*On arrondira les résultats au centime d'euro.*

#### Partie A : Étude du cursus *classique* (2 points).

1. Déterminer la nature de la suite  $(c_n)$ .
2. Exprimer  $c_n$  en fonction de  $n$ .
3. Quel sera le montant des subventions de la section en 2026 ?

#### Partie B : Étude du cursus *contemporain* (2,5 points).

1. Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $p_{n+1} = 1,0185p_n$ .  
En déduire la nature de la suite  $(p_n)$ .
2. Exprimer  $p_n$  en fonction de  $n$ .
3. Quel sera le montant des subventions de la section en 2026 ?

#### Partie C : Étude du cursus *danses du monde* (6 points).

1. Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $d_{n+1} = 1,01d_n + 95$ .
2. (a) Calculer  $d_1$  et  $d_2$ .  
(b) La suite est-elle arithmétique ?  
La suite est-elle géométrique ?  
*Justifier.*
3. On pose, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = d_n + 9500$ .  
(a) Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 1,01v_n$ .  
En déduire la nature de la suite  $(v_n)$ .  
(b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
(c) En déduire que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$d_n = 19500 \times 1,01^n - 9500$$

- (d) Quel sera le montant des subventions de la section en 2026.

#### Partie D : Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, pourra être prise en compte dans la notation. (6,5 points).

Lequel des trois cursus aura reçu le plus de subventions de 2016 à 2026 (incluses) ? *Justifier.*