

Devoir surveillé n°2

Second degré – Vecteurs – Suites

L'énoncé est à rendre avec sa copie.

Penser à écrire son nom en entête.

Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 30 points).

EXERCICE 2.1 (6 points).

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

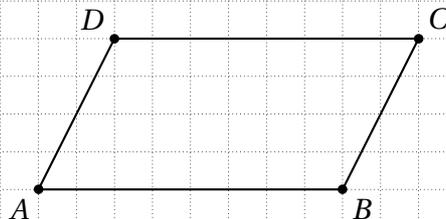
- Déterminer le signe de $x^2 + 2x - 3$ selon les valeurs de x .
- Déterminer le signe de $-2x^2 + 5x + 3$ selon les valeurs de x .
- En déduire l'ensemble \mathcal{S} des solutions de l'inéquation \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} : \frac{x^2 + 2x - 3}{-2x^2 + 5x + 3} \geq 0$$

EXERCICE 2.2 (9 points).

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E , F , G et I sont tels que :

- E est le symétrique de C par rapport à D ;
 - $\vec{AF} = \frac{1}{3}\vec{AC}$;
 - G est le symétrique de C par rapport à B ;
 - I est le centre du parallélogramme $ABCD$.
- Compléter le schéma ci-dessous avec les points définis dans l'énoncé.
 - Montrer que $\vec{EF} = \frac{4}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AD}$.
 - Exprimer le vecteur \vec{BE} en fonction des seuls vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} .
 - En déduire que les points B , E et F sont alignés.
 - Montrer que les droites (DI) et (AG) sont parallèles.
 - Montrer que les points D , F et G sont alignés.



EXERCICE 2.3 (10 points).

ABC est un triangle équilatéral de côté 12 cm et I est le milieu du segment $[AB]$.

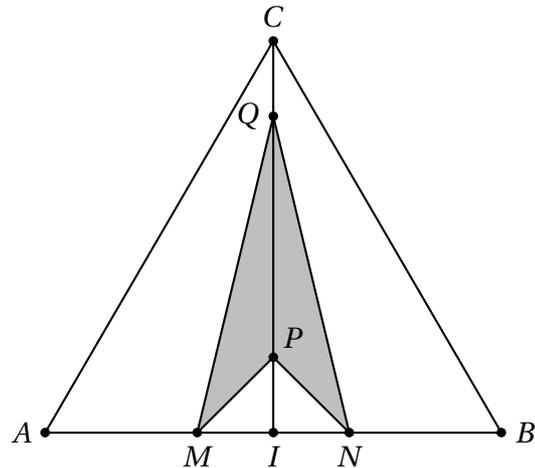
Pour tout $x \in \mathcal{D} = [0; 3\sqrt{3}]$, on construit les points M, N, P et Q tels que :

- $M \in [AI]$ • $N \in [IB]$ • $P \in [IC]$ • $Q \in [IC]$
- $IM = IN = IP = CQ = x$.

On s'intéresse à l'aire du quadrilatère $MPNQ$ qu'on nommera $\mathcal{A}(x)$.

1. Montrer que $IC = 6\sqrt{3}$.
2. Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$,

$$\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 6\sqrt{3}x$$
3. Déterminer les éventuelles valeurs de $x \in \mathcal{D}$ telles que :
 - (a) L'aire $\mathcal{A}(x)$ soit égale à 9 cm^2 .
 - (b) L'aire $\mathcal{A}(x)$ soit supérieure à 1 cm^2 .
 - (c) L'aire $\mathcal{A}(x)$ soit égale à la moitié de l'aire du triangle ABC .
4. Déterminer si $\mathcal{A}(x)$ admet un extremum sur \mathcal{D} et si oui préciser sa nature, en quelle valeur il est atteint et sa valeur.



Les valeurs exactes sont attendues.

EXERCICE 2.4 (5 points).

La suite (u_n) est définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On propose ci-dessous 3 algorithmes.

Algorithme 1 :

```
u PREND LA VALEUR 5
POUR k ALLANT de 1 A 10
AFFICHER u
u PREND LA VALEUR 2u-3
FIN POUR
```

Algorithme 2 :

```
u PREND LA VALEUR 5
POUR k ALLANT de 1 A 10
u PREND LA VALEUR 2u-3
FIN POUR
AFFICHER u
```

Algorithme 3 :

```
u PREND LA VALEUR 5
POUR k ALLANT de 1 A 10
u PREND LA VALEUR 2u-3
AFFICHER u
FIN POUR
```

Indiquer ceux qui ne permettent pas d'afficher exactement les 10 premiers termes de la suite en justifiant.

Il est conseillé de faire fonctionner à la main les algorithmes, au moins au brouillon.

3. On donne l'algorithme ci-dessous :

```
ENTREE : n
INITIALISATION
u PREND LA VALEUR 5
s PREND LA VALEUR 5
INSTRUCTIONS
POUR k ALLANT de 1 A n
u PREND LA VALEUR 2u-3
s PREND LA VALEUR s+u
FIN POUR
SORTIE : Afficher s
```

- (a) Quelle valeur renvoie-t-il pour $n = 20$?
Il peut être profitable de le rentrer dans sa calculatrice pour répondre à cette question.
- (b) Que représente cette valeur?