
Devoir surveillé n°1**Divisibilité – Division euclidienne**

QUESTION DE COURS (3 points)

Soit a , b et c trois nombres entiers relatifs ; démontrer que si a divise b et a divise c , alors a divise toute combinaison linéaire à coefficients entiers de b et de c .

EXERCICE 1.1 (3 points).

Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que $2n + 9$ divise $n + 11$.

EXERCICE 1.2 (3 points).

Déterminer tous les couples $(x; y)$ d'entiers relatifs tels que $x^2 = 9y^2 + 7$.

EXERCICE 1.3 (3 points).

Montrer, par récurrence sur n , que, pour tout entier naturel n , $4^{2n} - 2^n$ est divisible par 7.

EXERCICE 1.4 (8 points).

Les questions ne sont pas indépendantes.

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = 5n^3 + n$.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = 3[5n(n+1) + 2]$.
 2. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $5n(n+1) + 2$ est un nombre pair.
 3. En déduire, en utilisant une démonstration par récurrence sur n , que, pour tout entier naturel n , u_n est divisible par 6.
-