Devoir surveillé n°1

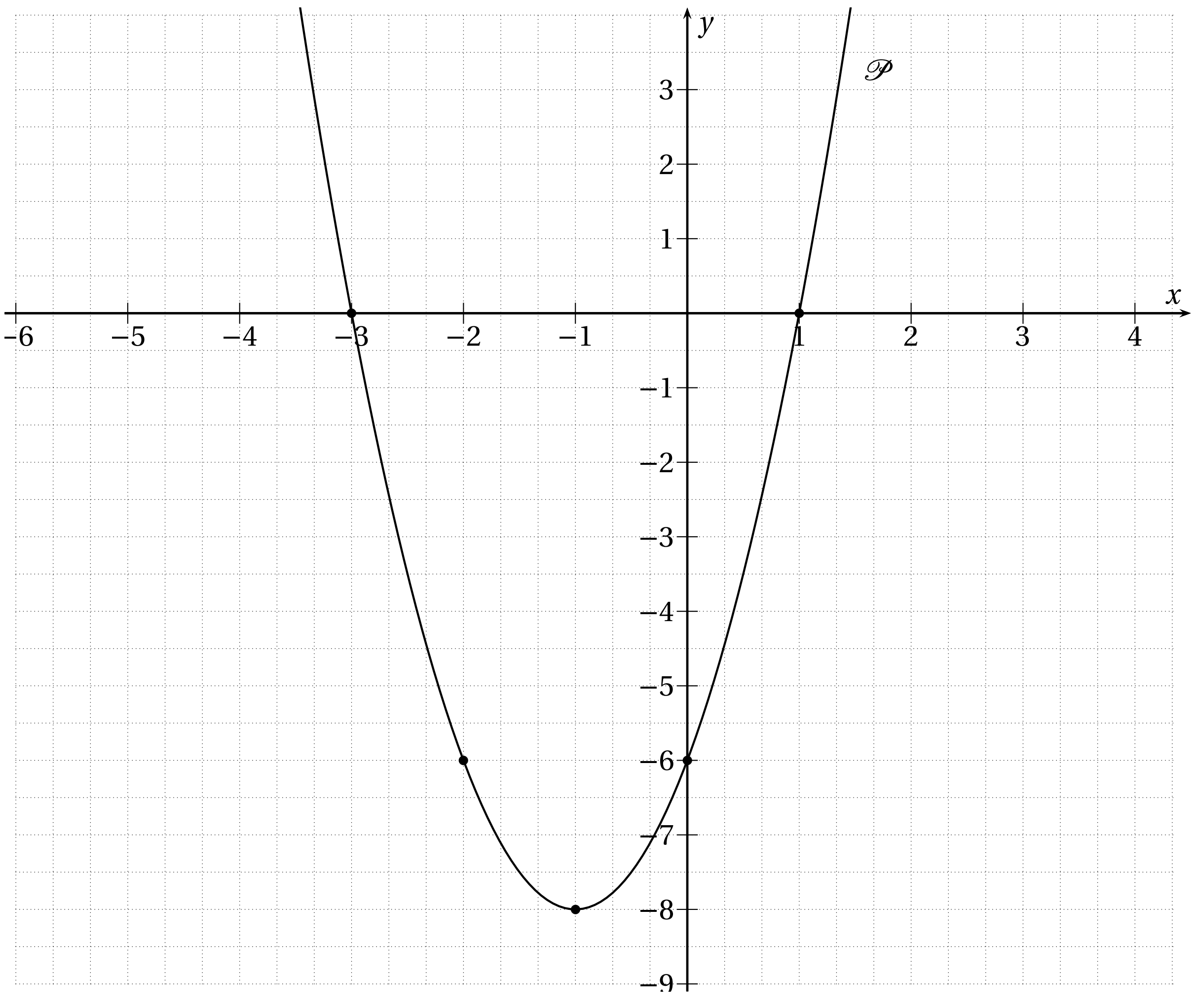
Second degré

L'énoncé est à rendre avec sa copie. *Penser à écrire son nom en entête.* *Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 20 points).*

EXERCICE 1.1 (6 points)**.**
Les questions sont indépendantes.

1. Déterminer la forme canonique du trinôme suivant :
$$f(x) = -2x^2 + 12x - 13$$
2. Factoriser le polynôme suivant :
$$P(x) = 3x^2 + 6x - 105$$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :
$$x + \frac{1}{x-5} = 3$$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :
$$x^2 + 2x + 2 > 0$$

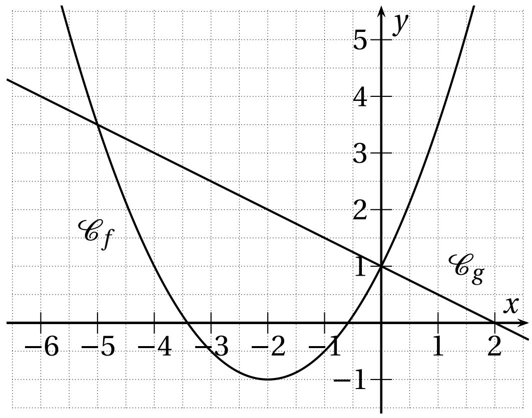
EXERCICE 1.2 (3 points)**.**
La courbe $\mathscr{P}$ ci-dessous est une parabole représentative d'une fonction trinôme g.
En justifiant, déterminer une expression algébrique de g.



EXERCICE 1.3 (5 points)**.**
On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \qquad g : x \longmapsto -\frac{1}{2}x + 1$$

On donne ci-contre, à titre d'information, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, leurs représentations graphiques respectives, dans un même repère, mais toutes les réponses devront être justifiées par des calculs.



1. Calculer les coordonnées des points d'intersections de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. Étudier les positions relatives des courbes selon les valeurs de x.

EXERCICE 1.4 (6 points)**.**
Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ et $BC = 4$.
Les points M, P et Q sont placés respectivement sur les segments $[AB]$, $[AD]$ et $[BC]$ de façon à ce que $AM = AP = CQ$.
On pose x la longueur du segment $[AM]$ et on appelle $\mathscr{A}(x)$ la somme des aires des triangles AMP et MBQ (surface grisée).

1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
2. Démontrer que :
$$\mathscr{A}(x) = x^2 - 5x + 12$$
3. Déterminer x pour que $\mathscr{A}(x) \geqslant 8$.
4. (a) Montrer que $\mathscr{A}(x)$ admet un minimum.
   (b) Déterminer la position de M rendant l'aire grisée minimale et donner la valeur exacte de cette aire minimale.