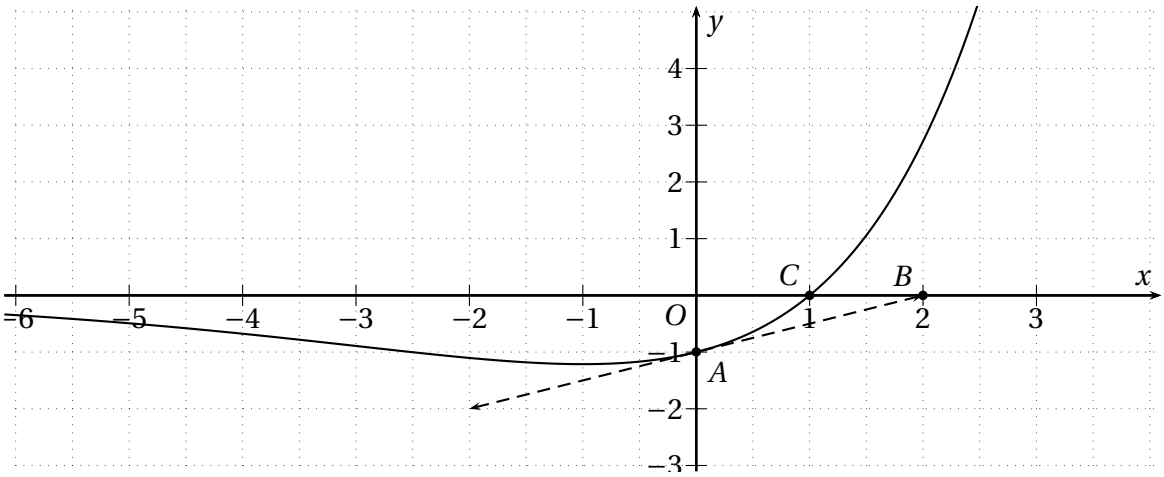
Nom : *Mardi 3 mai 2016 – 1h00*

Devoir surveillé n°6

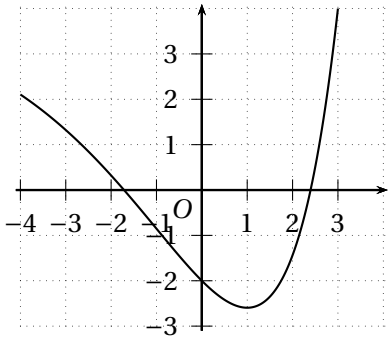
Dérivation

EXERCICE 6.1 (7 points)**.**
Dans le repère ci-dessous, on donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La courbe passe par les points $A(0;-1)$ et $C(1;0)$.
La tangente à la courbe au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente à la courbe en A passe par le point $B(2;0)$.

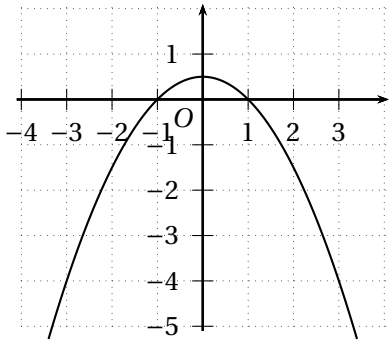


1. Sans justifier déterminer $f(0)$ et $f(1)$.
2. En justifiant déterminer $f'(-1)$ et $f'(0)$.
3. Une des courbes ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f. Déterminer laquelle en justifiant votre choix à l'aide d'arguments graphiques.
4. Une des courbes ci-dessous représente une fonction g telle que $g' = f$. Déterminer laquelle en justifiant votre choix à l'aide d'arguments graphiques.

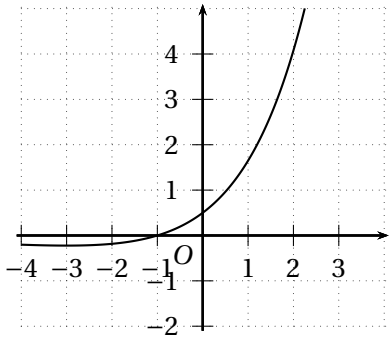
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



EXERCICE 6.2 (7 points).
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par

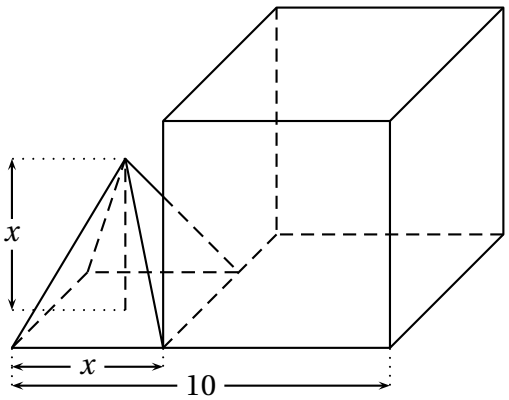
$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.
2. Étudier les variations de f et dresser le tableau des variations de f en y indiquant les valeurs exactes des extremums locaux.
3. Déterminer les abscisses des points de la courbe de f où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

EXERCICE 6.3 (6 points).
On rappelle que le volume d'une pyramide est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Au centre d'un hall d'exposition, on doit monter deux stands en toile réservés à l'accueil des visiteurs.
Le premier a la forme d'une pyramide régulière à base carrée et le second celle d'un cube ; ils sont accolés à la base par un côté et s'étalent sur une longueur totale de 10 m.

Pour des raisons esthétiques, le responsable de la décoration exige que la hauteur de la pyramide soit égale au côté de sa base et souhaite que l'aire totale occupée au sol par ces deux stands soit la plus petite possible.
Le responsable technique souhaite que le volume total de ces deux stands soit le plus petit possible pour permettre une économie d'énergie.



Ils s'adressent à l'ingénieur en chef (c'est vous) pour qu'il trouve la meilleure solution.

On note x la longueur, et donc la hauteur, en mètres de la pyramide, x étant compris entre 0 et 10.
On note $\mathscr{A}$ la fonction qui à x associe l'aire totale occupée au sol par les deux stands et $\mathscr{V}$ la fonction qui à x associe leur volume total, ces deux fonctions étant définies sur $[0\,;10]$.

1. (a) Calculer $\mathscr{A}(x)$ en fonction de x.
   (b) Déterminer le sens de variation de la fonction $\mathscr{A}$, dresser son tableau de variation et préciser son minimum sur $[0\,;10]$.
2. (a) Montrer que $\mathscr{V}(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 30x^2 - 300x + 1\,000$.
   (b) Déterminer le sens de variation de la fonction $\mathscr{V}$, dresser son tableau de variation et préciser son minimum sur $[0\,;10]$ arrondi à l'unité.
3. Vous êtes l'ingénieur : quelle valeur entière de x choisiriez-vous ? Expliquer votre choix.