Chapitre 9

Loi binomiale

Sommaire

9.1 Activité

Partie A : Une expérience aléatoire élémentaire

On lance un dé équilibré. On gagne si on fait un 6. On note S, comme « succès », cette issue et E, comme « échec », l'autre issue.
Déterminer $p(S)$ et $p(E)$.

Partie B : Trois répétitions

On répète trois fois de suite et de façon indépendante l'expérience élémentaire de la partie A.

1. (a) Représenter cette nouvelle expérience par un arbre.
   (b) Quelles sont les probabilités des issues SES, ESS et SSE ?
   Quelle est la probabilité de l'événement « obtenir deux succès » ?
   (c) Quelles sont les probabilités des issues EES, ESE et SEE ?
   Quelle est la probabilité de l'événement « obtenir un succès » ?
2. (a) Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque issue, le nombre de succès obtenus lors des trois répétitions.
   Déterminer la loi de probabilité de X. *On présentera les résultats sous forme de tableau et on ne réduira pas les fractions.*
   (b) Déterminer l'espérance de X. Interpéter le résultat.

Partie C : Quatre répétitions

On répète quatre fois l'expérience élémentaire de la partie A de façon indépendante et on note Y la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de succès obtenus lors de ces quatre répétitions.
On décide de ne pas construire l'arbre.

1. Déterminer la probabilité de chacun des événements $\{Y = 0\}$ et $\{Y = 4\}$.
2. Soit l'événement $\{Y = 2\}$.
   (a) Décrire une issue correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (b) Décrire une issue distincte de la précédente correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (c) Que constate-t-on ?
   (d) Que nous manque-t-il alors pour obtenir $p(Y = 2)$?
   (e) Quels sont les chemins de l'arbre de la partie B qui, après une quatrième répétition de l'expérience élémentaire, ne pourront pas mener à des issues correspondant à $\{Y = 2\}$?
   (f) À l'aide de l'arbre de la partie B, déterminer le nombre de chemins menant à des issues correspondant à $\{Y = 2\}$ lorsqu'on répète une quatrième fois l'expérience élémentaire.
   (g) En déduire $p(Y = 2)$.
3. Soit l'événement $\{Y = 1\}$.
   (a) Décrire une issue correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (b) Décrire une issue distincte de la précédente correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (c) Que constate-t-on ?
   (d) Que nous manque-t-il alors pour obtenir $p(Y = 1)$?
   (e) À l'aide de l'arbre de la partie B, déterminer le nombre de chemins menant à des issues correspondant à $\{Y = 1\}$ lorsqu'on répète une quatrième fois l'expérience élémentaire.
   (f) En déduire $p(Y = 1)$.
4. Soit l'événement $\{Y = 3\}$.
   (a) Décrire une issue correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (b) Décrire une issue distincte de la précédente correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (c) Que constate-t-on ?
   (d) Que nous manque-t-il alors pour obtenir $p(Y = 3)$?
   (e) À l'aide de l'arbre de la partie B, déterminer le nombre de chemins menant à des issues correspondant à $\{Y = 3\}$ lorsqu'on répète une quatrième fois l'expérience élémentaire.
   (f) En déduire $p(Y = 3)$.

Partie D : Sept répétitions

On répète sept fois l'expérience élémentaire de la partie A de façon indépendante et on note Z la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de succès obtenus au cours de ces sept répétitions.

1. Quelles valeurs peut prendre Z ?
2. Déterminer $p(Z=0)$ et $p(Z=7)$.
3. Soit l'événement $\{Z=4\}$.
   (a) Décrire une issue correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (b) Décrire une issue distincte de la précédente correspondant à cet événement et déterminer sa probabilité.
   (c) Que constate-t-on ?
   (d) Que nous manque-t-il alors pour obtenir $p(Z=4)$?
   (e) On note $\binom{7}{4}$ le nombre de chemins menant à des issues telles que $Z=4$ après sept répétitions.
   Exprimer $p(Z=4)$ à l'aide de cette notation.
   (f) Décrire, à l'aide de cette notation, la loi de probabilité de Z.

Partie E : Cœfficients binomiaux

On note $\binom{n}{k}$ le nombre de chemins menant à des issues comportant k succès quand on répète n fois une expérience aléatoire élémentaire ne comportant que deux issues : un succès et un échec.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour k ?
2. À l'aide des activités précédentes, déterminer :
   (a) $\binom{1}{1}$ et $\binom{1}{0}$ (b) $\binom{3}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$ et $\binom{3}{3}$ (c) $\binom{4}{0}$, $\binom{4}{1}$, $\binom{4}{2}$, $\binom{4}{3}$ et $\binom{4}{4}$
3. (a) Exprimer, avec cette notation, la relation qui nous a permis d'obtenir $\binom{4}{1}$, $\binom{4}{2}$ et $\binom{4}{3}$.
   (b) En généralisant cette propriété, compléter le tableau 9.1, de la présente page, en indiquant dans chaque case les valeurs de $\binom{n}{k}$.

TABLE 9.1: Triangle de PASCAL

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	7
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

   (c) En déduire la loi de probabilité de Z de la partie D.

Partie F : Représentations graphiques

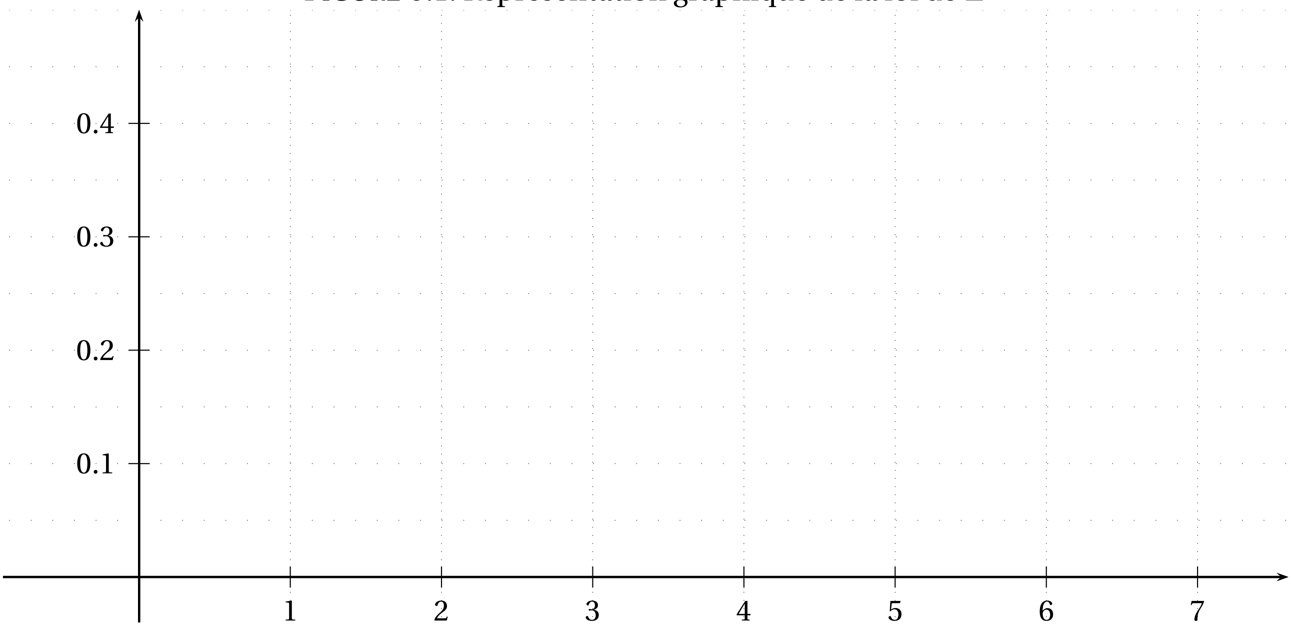
1. On a obtenu dans la partie précédente la loi suivante (les valeurs sont arrondies au millième) :

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$p(Z=k)$	0,279	0,391	0.234	0,078	0,016	0,002	0	0

La représenter dans le repère de la figure 9.1 de la présente page par un diagramme en bâtons tel que :

- k sera en abscisse
- la probabilité $p(X=k)$ sera la hauteur du bâton

FIGURE 9.1: Représentation graphique de la loi de Z



2. Rôle de n
On a représenté sur la figure 9.2 page ci-contre plusieurs lois de ce type, en faisant variant le nombre n de répétitions.

   (a) Qu'ont en commun ces représentations graphiques ?

   (b) Quel semble être le rôle de n sur ces lois de probabilité ?

3. Rôle de p
Dans notre expérience élémentaire, la probabilité d'obtenir un succès était $p=\frac{1}{6}$. On suppose pour la suite qu'on dispose de toutes sortes de dés truqués nous permettant d'obtenir la valeur que l'on souhaite pour p. On a répété l'expérience soixante fois ($n=60$) et on a représenté sur la figure 9.3 les différentes lois obtenues.

   (a) Qu'ont en commun ces représentations graphiques ?

   (b) Quel semble être le rôle de p sur ces lois de probabilité ?

FIGURE 9.2: Rôle de n

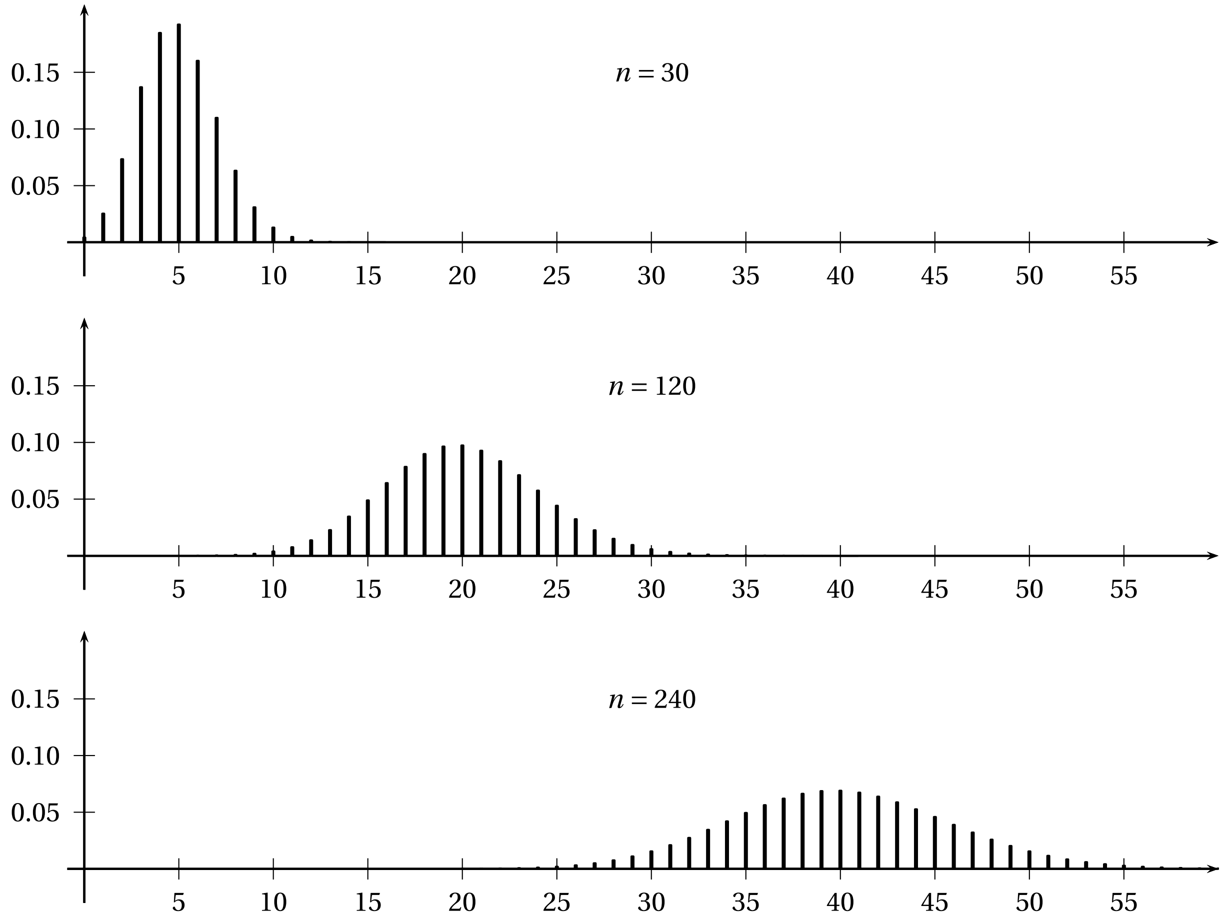
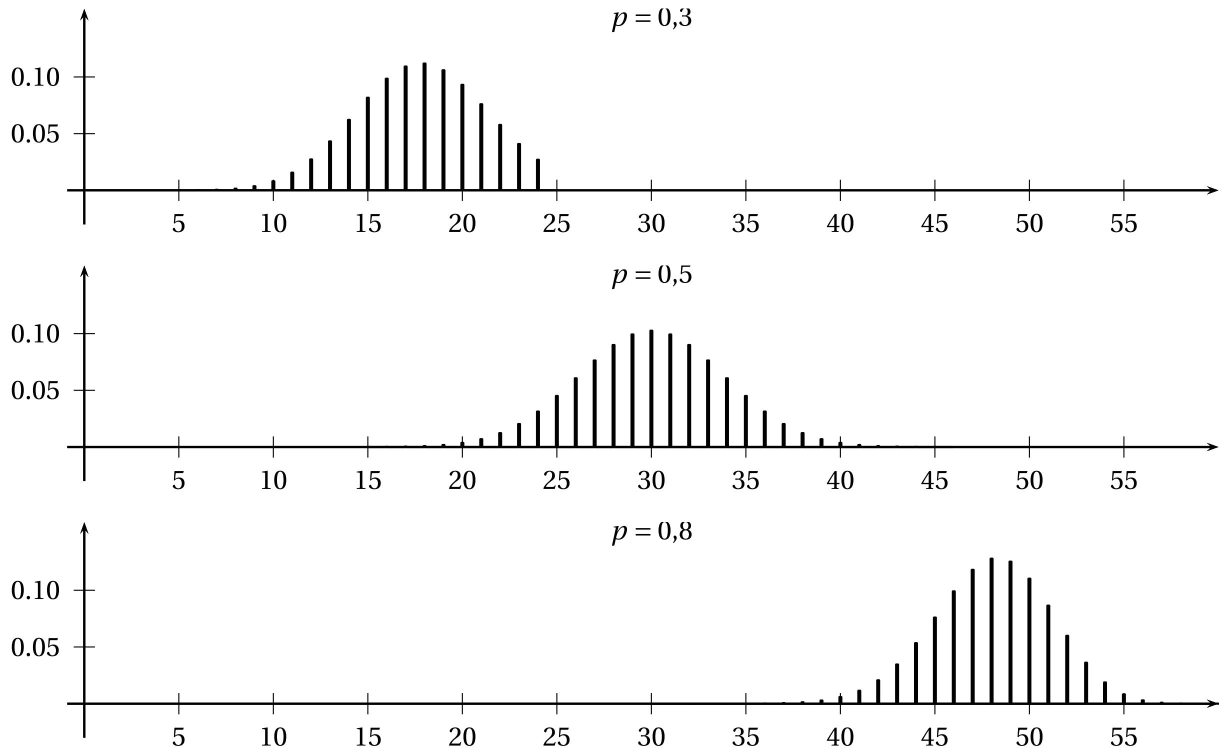


FIGURE 9.3: Rôle de p



Partie G : Intervalle de fluctuation et prise de décision

1. On a obtenu dans la partie précédente la loi suivante (les valeurs sont arrondies au millième). Compléter la dernière ligne.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$p(Z=k)$	0,279	0,391	0.234	0,078	0,016	0,002	0	0
$p(Z \leqslant k)$								

2. On cherche à partager l'intervalle $[0; 7]$, où Z prend ses valeurs, en trois intervalles :
   - Un intervalle $[a; b]$ (où a et b sont des entiers) tel que $p(a \leqslant Z \leqslant b) \geqslant 0{,}95$;
   - Et pour qu'il soit centré au maximum, on s'impose que $p(Z < a) < 0{,}025$ et $p(Z > b) < 0{,}025$.

   Déterminer à l'aide du tableau précédant les valeurs de a et de b.
3. Sur un dé inconnu, pour tester l'hypothèse « le 6 a une probabilité de sortir égale à $\frac{1}{6}$ » au seuil de 95 %, connaissant l'intervalle $[a; b]$ correspondant à cette probabilité, on applique la règle suivante : on répète avec ce dé 7 fois l'expérience et on note la fréquence f d'apparition du 6. Si f n'est pas dans l'intervalle $\left[\frac{a}{7}; \frac{b}{7}\right]$, alors on rejette l'hypothèse.
   Dans quels cas rejettera-t-on alors cette hypothèse ?

9.2 Bilan et compléments

9.2.1 Premières définitions

Définition 9.1 (Épreuve de BERNOULLI)**.** On appelle *épreuve de* BERNOULLI de paramètre p toute expérience aléatoire ayant exactement deux issues possibles, qu'on appelle généralement, pour l'une, *succès*, notée S, et, pour l'autre, *échec*, notée $\overline{S}$, et telle que $p(S) = p$.

Définition 9.2 (Schéma de BERNOULLI)**.** On appelle *schéma de* BERNOULLI de paramètres n et p la répétition à n reprises, de façon indépendante, d'une même épreuve de BERNOULLI de paramètre p.

9.2.2 Cœfficients binomiaux

Définition 9.3 (Cœfficients binomiaux)**.** Soit un schéma de BERNOULLI de paramètres n et p.
Pour tout entier $0 \leqslant k \leqslant n$, on appelle cœfficient binomial, noté $\binom{n}{k}$, le nombre de chemins du schéma de Bernoulli menant à k succès.

Par convention $\binom{0}{0} = 1$ et on a les propriétés suivantes qui seront démontrées en classe :

Propriété 9.1. *Pour tout entier* $0 \leqslant k \leqslant n$ *:*

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$
- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

9.2.3 Loi binomiale

Définition 9.4 (Loi binomiale)**.** Soit un schéma de BERNOULLI de paramètres n et p.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de succès.
On dit que X suit une *loi binomiale de paramètres n et p*, généralement notée $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

Propriété 9.2. *Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.*
Alors, pour tout entier $0 \leqslant k \leqslant n$:

- $p(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$;
- $p(X \leqslant k) = 1 - p(X > k)$;
- $p(X \geqslant k) = 1 - p(X < k)$.

Propriété 9.3. *Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,p)$. Alors :*

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

On l'admettra.

9.2.4 Utilisation de la calculatrice

Les calculatrices permettent d'obtenir les valeurs exactes de $\binom{n}{k}$ et, dans le cas où la variable aléatoire suit la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,p)$, les valeurs approchées de $p(X=k)$ et de $p(X \leqslant k)$.

Pour l'exemple nous supposerons que la loi binomiale est de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}25$ et que $k = 2$.

	Casio anciens modèles	Casio modèles récents	TI
$\binom{10}{2}$	Menu RUN 10 OPTION PROB nCr 2	Menu RUN 10 OPTION PROB nCr 2	10 MATH PRB Combinaison (ou nCr) 2
$p(X=2)$	Menu STAT DIST BINM Bpd Data : var x : 2 Numtrial : 10 p : 0,25 *Inutilisable dans les calculs (noter le résultat pour réutilisation)*	Menu RUN (OPTN STAT DIST BINM Bpd pour) BinomialPD(2, 10, 0.25)	DISTR binomFdp(10,0.25,2)
$p(X \leqslant 2)$	Menu STAT DIST BINM Bcd Data : var x : 2 Numtrial : 10 p : 0,25 *Inutilisable dans les calculs (noter le résultat pour réutilisation)*	Menu RUN (OPTN STAT DIST BINM Bcd pour) BinomialCD(2, 10, 0.25)	DISTR binomFRép(10,0.25,2)

9.2.5 Échantillonage et prise de décision

Intervalle de fluctuation avec la loi binomiale

L'intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil de 95 % a été défini en Seconde de la façon suivante :

Définition. L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, relatif aux échantillons de taille n, est l'intervalle centré autour de p, proportion du caractère dans la population, où se situe, avec une probabilité égale à 0,95, la fréquence observée dans un échantillon de taille n.

Et la propriété suivante a alors été énoncée :

Propriété. *Dans le cas où $n > 25$ et $0{,}2 < p < 0{,}8$, l'intervalle I suivant contient l'intervalle de fluctuation, c'est-à-dire que la probabilité qu'il contienne la fréquence observée est* au moins *égale à 95 % :*

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;\, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

La loi binomiale nous permet de calculer très exactement les probabilités des différentes fréquences observables dans un échantillon de taille n, à savoir les valeurs $\frac{k}{n}$, avec $0 \leqslant k \leqslant n$, même pour $n \leqslant 25$ et $p \notin]0{,}2\,;\,0{,}8[$. La règle est alors la suivante :

Propriété 9.4. *L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associé à une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;\,p)$, est l'intervalle $\left[\frac{a}{n}\,;\,\frac{b}{n}\right]$, où a et b sont les deux entiers naturels définis par :*

- *a est le plus petit des entiers k vérifiant $p(X \leqslant k) > 0{,}025$;*
- *b est le plus petit des entiers k vérifiant $p(X \leqslant k) \geqslant 0{,}975$.*

Remarques.

- Lorsque $n > 25$ et $0{,}2 < p < 0{,}8$, il est proche de l'intervalle vu en Seconde.
- Lorsque n est assez grand, il est quasiment centré sur p.
- Cet intervalle s'obtient grâce aux possibilités des calculatrices (ou des logiciels) par la lecture des probabilités cumulées croissantes.

Prise de décision avec la loi binomiale

On considère une population dans laquelle *on suppose* que la proportion d'un certain caractère est p.
Pour juger de cette *hypothèse*, on y prélève, au hasard et avec remise, un échantillon de taille n sur lequel on observe une fréquence f du caractère.
On rejette l'hypothèse selon laquelle le proportion dans la population est p lorsque la fréquence f observée est trop éloignée de p, dans un sens ou dans l'autre. On choisit de fixer le seuil à 95 % de sorte que la probabilité de rejeter l'hypothèse, alors qu'elle est vraie, soit inférieure à 5 %.
La règle de décision adoptée est alors la suivante :

Si la fréquence observée f appartient à l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % $\left[\frac{a}{n}\,;\,\frac{b}{n}\right]$, on considère que l'hypothèse selon laquelle la proportion est p dans la population n'est pas remise en question.
Sinon on rejette l'hypotèse selon laquelle cette proportion vaut p.

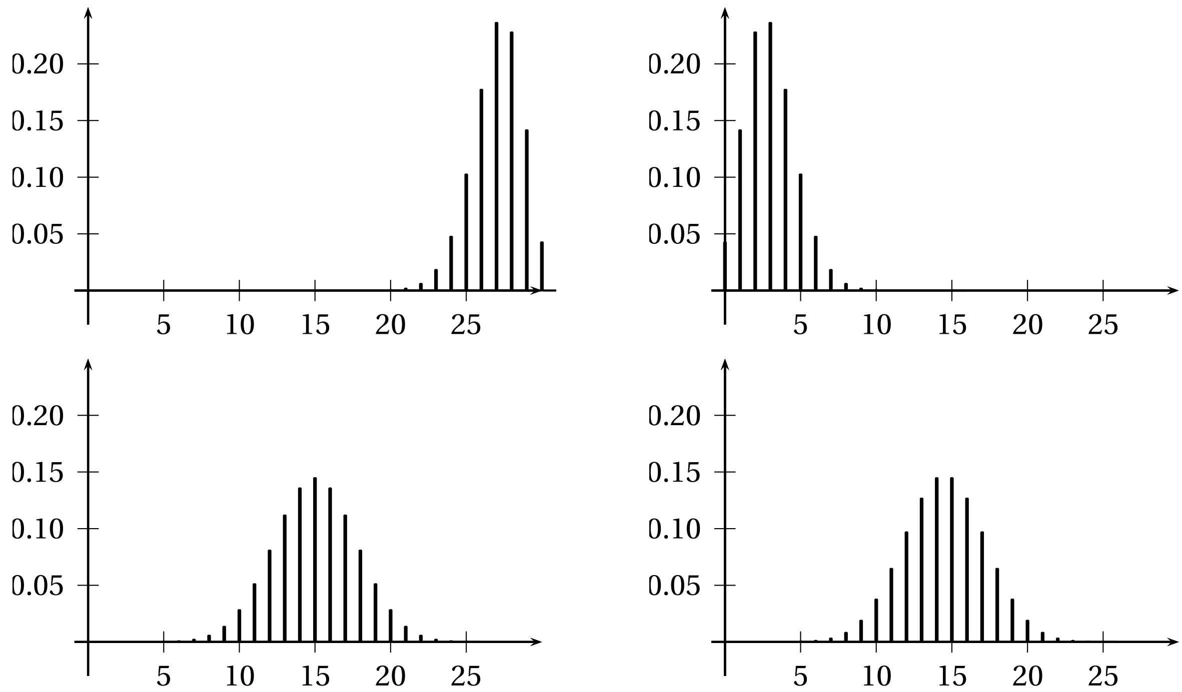
9.3 Exercices

EXERCICE 9.1.
Les expériences aléatoires suivantes sont-elles des épreuves de BERNOULLI ? Si oui préciser leur paramètre.

1. On lance un dé cubique équilibré et on gagne si on obtient 6.
2. On lance un dé tétraèdrique équilibré et on note le résultat obtenu.
3. Un automobiliste arrive à un feu et a une probabilité de 0,3 que le feu soit vert.
4. On tire une boule dans une urne contenant quatre boules rouges et six boules noires et on note la couleur de la boule obtenue.

EXERCICE 9.2.
On a représenté sur la figure 9.4 de la présente page la distribution de probabilité de quatre variables aléatoires suivant les lois binomiales $\mathscr{B}(30;0{,}1)$, $\mathscr{B}(30;0{,}5)$, $\mathscr{B}(30;0{,}9)$ et $\mathscr{B}(29;0{,}5)$.
Associer chaque loi à son graphique.

FIGURE 9.4: Figure de l'exercice 9.2



EXERCICE 9.3.
Une association comprenant 30 adhérents organise chaque année une assemblée générale. Les statistiques montrent que chaque adhérent assiste à l'assemblée avec la probabilité de 80 %. Les décisions prises par l'assemblée n'ont de valeur légale que lorsque plus de la moitié des adhérents assiste à l'assemblée.
Quelle est la probabilité que, lors de la prochaine assemblée, le quorum soit atteint ?

EXERCICE 9.4.
Paul affirme : « Avec un dé régulier, on a autant de chance d'obtenir au moins un six en 4 lancers que d'obtenir au moins deux six avec 8 lancers ».
Sara objecte : « Pas du tout. Dans le premier cas, la probabilité est supérieure à 0,5, dans le deuxième

cas, elle est inférieure à 0,5 ».
Qui a raison ?

EXERCICE 9.5.
À chaque tir, un archer atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,7.
Combien de tirs doit-il effectuer pour que, avec une probabilité supérieure ou égale à 0,99, il atteigne la cible au moins deux fois ? Au moins trois fois ?

EXERCICE 9.6.
On lance une pièce équilibrée n fois. On s'intéresse à la probabilité d'obtenir « face » dans 60 % des cas ou plus.
Envisager les cas $n = 10$, puis $n = 100$, puis $n = 1000$.
Donner d'abord, sans calcul, une estimation spontanée du résultat, puis solliciter la calculatrice ($n = 10$) ou un algorithme de calcul $n = 100$ et $n = 1000$).

EXERCICE 9.7.
Une entreprise fabrique chaque jour 10 000 composants électroniques. Chaque composant présente un défaut avec la probabilité de 0,002. Si le composant est repéré comme étant défectueux, il est détruit par l'entreprise, et chaque composant détruit fait perdre 1 € à l'entreprise.

1. Les composants sont contrôlés un à un, et chaque contrôle coûte 0,1 €. Quel est le coût moyen journalier pour l'entreprise (contrôles et destruction des composants défectueux) ?
2. Les composants sont regroupés par lots de 10, et on effecture un unique contrôle automatique de chaque lot, qui coûte aussi 0,1 €. À l'issue de ce contrôle, le lot est accepté si tous les composants sont sains, et globalement détruit si l'un au moins des 10 composants présente un défaut. Quel est le coût moyen journalier pour l'entreprise de ce nouveau dispositif (contrôles et destruction des composants défectueux) ?

EXERCICE 9.8.
Un QCM comporte 20 questions. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste. Chaque réponse rapporte un point et il n'y a pas de pénalité pour une réponse fausse.
Un candidat répond au hasard à chaque question.
Quel nombre total de points peut-il espérer ?
Quelle pénalité doit-on attribuer à une réponse fausse pour que le total espéré, en répondant entièrement au hasard, soit égal à 2 sur 20 ?

EXERCICE 9.9.
Un texte contient n erreurs. Lors d'une relecture, on considère que chaque erreur a 80 % de chances d'être corrigée.
Peut-on prévoir, en moyenne, le nombre d'erreurs restantes après une relecture, ..., après k relectures, k étant un entier supérieur à 1 ?

EXERCICE 9.10.
Cet exercice nécessite de disposer d'une calculatrice TI ou d'une calculatrice CASIO récente.
On dispose d'une partie de programme :

TI	Casio
: PROMPT N	"N" ? → N ↩
: PROMPT P	"P" ? → N ↩
: 0 → I	0 → I ↩
: While binomFRép(N,P,I) ⩽ 0,025	While BinomCD(I,N,P) ⩽ 0,025 ↩
: I+1 → I	I+1 → I ↩
: End	WhileEnd ↩
: I → A	I → A ↩

Remarque. binomFRép(n,p,k) ou BinomCD(I,N,P) calculent $p(X \leqslant k)$, où X est une variable aléatoire suivant la loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

1. (a) À quoi correspondent N et P demandés en début de programme ?
   (b) À quoi correspond A à la fin du programme ?
2. Comment modifier ce programme pour qu'il obtienne A **et** B à la fin du programme ?
3. Comment modifier ce programme pour qu'il calcule les deux bornes de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la loi binomiale de paramètres n et p ?
4. On a exécuté ce programme avec $p = 0,4$ et on a obtenu les résultats suivants pour la borne inférieure :

n	20	50	200	1 000	5 000
Borne	0,2	0,26	0,335	0,37	0,3864

   Comparer ce résultat avec la borne inférieure de l'intervalle de fluctuation introduit en Seconde. Qu'observe-t-on ?

EXERCICE 9.11.
Monsieur Z, chef du gouvernement d'un pays lointain, affirme que 52 % des électeurs lui font confiance. On interroge 100 électeurs au hasard (la population est suffisamment grande pour considérer qu'il s'agit de tirages avec remise) et on souhaite savoir à partir de quelles fréquences, au seuil de 95 %, on peut mettre en doute le pourcentage annoncé par Monsieur Z, dans un sens, ou dans l'autre.

1. On fait l'hypothèse que Monsieur Z dit vrai et que la proportion des électeurs qui lui font confiance dans la population est 0,52. Montrer que la variable aléatoire X, correspondant au nombre d'électeurs lui faisant confiance dans un échantillon de 100 électeurs, suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,52$.
2. On donne ci-dessous un extrait de la table des probabilités cumulées $p(X \leqslant k)$ où X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,52$.

k	40	41	42	43	...	60	61	...
$p(X \leqslant k)$	0,0106	0,0177	0,0286	0,0444	...	0,9561	0,9719	...

   (a) Déterminer a et b tels que :
      - a est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0,025$;
      - b est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0,975$.

   (b) Comparer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, $\left[\frac{a}{n}\,;\,\frac{b}{n}\right]$, ainsi obtenu grâce à la loi binomiale, avec l'intervalle de Seconde.
3. Énoncer la règle de décision permettant de rejetter ou non l'hypothèse que la proportion des électeurs qui font confiance à Monsieur Z dans la population est 0,52, selon la valeur de la fréquence f des électeurs favorables à Monsieur Z obtenue sur l'échantillon.
4. Sur les 100 électeurs interrogés au hasard, 43 déclarent avoir confiance en Monsieur Z. Peut-on considérer, au seuil de 95 %, l'affirmation de Monsieur Z comme exacte ?

EXERCICE 9.12.
Un médecin de santé publique veut savoir si, dans sa région, le pourcentage d'habitants atteints d'hypertension artérielle est égal à la valeur de 16 % récemment publiée pour des populations semblables. En notant p la proportion d'hypertendus dans la population de sa région, le médecin formule l'hypothèse $p = 0{,}16$. Pour vérifier cette hypothèse, le médecin constitue un échantillon de $n = 100$ habitants de la région; il détermine la fréquence f d'hypertendus (l'échantillon est prélevé au hasard et la population est suffisamment importante pour considérer qu'il s'agit de tirages avec remise).
Pour quelles valeurs de f, la médecin rejettera-t-il cette hypothèse ?

EXERCICE 9.13.
En novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida est condamné à huit ans de prison. Il attaque ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté est, selon lui, discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 80 % de la population du comté est d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoquées pour être jurés lors des années précédentes, il n'y a eu que 339 personnes d'origine mexicaine.
Devant la Cour Suprême, un expert statisticien produit des arguments pour convaincre du bien fondé de le requête de l'accusé. En vous situant dans le rôle de cet expert, pouvez-vous décider si les Américains d'origine mexicaine sont sous-représentés dans les jurys de ce comté ?

EXERCICE 9.14.
Un groupe de citoyens demande à la municipalité d'une ville la modification d'un carrefour en affirmant que 40 % des automobilistes tournent un utilisant une mauvaise file.
Un officier de police constate que sur 500 voitures prises au hasard, 190 prennent une mauvaise file.

1. Déterminer, en utilisant la loi binomiale sous l'hypothèse $p = 0{,}4$, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
2. D'après l'échantillon, peut-on considérer, au seuil de 95 %, comme exacte l'affirmation du groupe de citoyens ?

EXERCICE 9.15.
Dans le monde, la proportion de gauchers est 12 %. Soit n le nombre d'élèves dans votre classe.

1. Déterminer, à l'aide de la loi binomiale, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des gauchers sur un échantillon aléatoire de taille n.
2. Votre classe est-elle « représentative » de la proportion de gauchers dans le monde ?

EXERCICE 9.16.
Deux entreprises recrutent leur personnel dans un vivier comportant autant d'hommes que de femmes. Voici la répartition entre hommes et femmes dans ces deux entreprises :

	Hommes	Femmes	Total
Entreprise A	57	43	100
Entreprise B	1350	1150	2500

Peut-on suspecter l'une des deux de ne pas respecter la parité hommes-femmes à l'embauche ?