
Devoir maison n°2

Une suite

À rendre pour le mardi 22 mars.

Le 1^{er} janvier 2005, une grande entreprise compte 1500 employés.

Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10% de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier n on appelle u_n le nombre d'employés le 1^{er} janvier de l'année $(2005 + n)$.

1. (a) Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_3
(b) Cette suite est-elle arithmétique ? Cette suite est-elle géométrique ?
2. Montrer que $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.
3. On pose $v_n = u_n - 1000$.
 - (a) Déterminer v_0, v_1, v_2 et v_3 .
 - (b) Montrer que (v_n) est géométrique.
 - (c) En déduire v_n en fonction de n .
 - (d) En déduire u_n en fonction de n .
4. En supposant que cette évolution se poursuive de la même manière :
 - (a) Étudier la monotonie de (u_n) et interpréter le résultat.
 - (b) Déterminer le nombre d'employés le 1^{er} janvier 2016.
 - (c) Déterminer en quelle année le nombre d'employés sera inférieur à 1 100.
 - (d) Conjecturer comment va se comporter le nombre d'employés sur le long terme.