BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
Hiver 2016

Épreuve :
MATHÉMATIQUES

Série :
LITTÉRAIRE, spécialité Mathématiques

Classe
TL

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

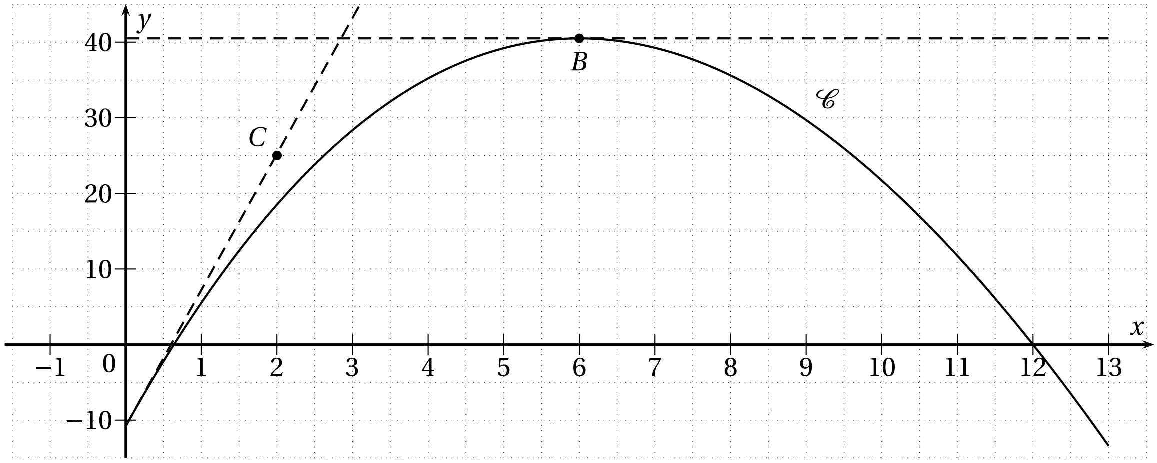
Le barème n'est qu'indicatif.

Le sujet comporte 5 pages.

EXERCICE 1 (6 points).
Pour les candidats de la série L

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,13]$.



1. On a tracé les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points $A\,(0\,;\,-10,8)$ et $B, (6\,;\,40,5)$ d'abscisses respectives 0 et 6.
   La tangente au point A passe par le point $C\,(2\,;\,25,2)$ tandis que la tangente au point B est parallèle à l'axe des abscisses.
   On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Donner les valeurs exactes de $f'(0)$ et de $f'(6)$.
2. On précise de plus que $f(4) = 35,2$ et que $f(8) = 35,6$. On note I l'intégrale $\displaystyle\int_4^8 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Montrer que : $140,8 \leqslant I \leqslant 162$.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,13]$ par : $f(x) = 0,025x^3 - 1,725x^2 + 18x - 10,8$.

1. Déterminer l'expression de f', la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,13]$.
2. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,13]$.
   (b) Dresser le tableau de variations complet de f sur $[0\,;\,13]$.
3. (a) Justifier que l'équation $f(x) = 20$ admet une solution unique α sur $[0\,;\,6]$.
   (b) Déterminer un encadrement de α au centième.
   En déduire une valeur approchée de α arrondie au centième par excès.
4. (a) Déterminer l'expression d'une primitive F de la fonction f définie sur $[0\,;\,13]$.
   (b) Calculer μ, la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;\,8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets, où x appartient à $[0\,;\,13]$.
La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en millieurs d'euros, en supposant que toute la production est vendue.
Répondre aux question suivantes en utilisant les résultats de la partie B, et en admettant que l'équation $f(x) = 20$ admet une autre solution β sur $[6\,;\,13]$ dont la valeur arrondie au centième par défaut est 10,18.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 20 000 € ?
   Arrondir votre réponse à l'unité.
2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
   Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice, *arrondie à l'euro près.*

EXERCICE 2 (5 points).
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.
Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochent aussitôt (ou se déclarent immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.
On admet que ces proportions restent stables.

Partie A
On choisit au hasard une personne dans le fichier *clients*. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie. On note :

- H l'évènement « la personne choisie est un homme » ;
- F l'évènement « la personne choisie est une femme » ;
- E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » ;
- $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Décrire cette situation aléatoire par un arbre pondéré.
2. (a) Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
   (b) Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
   (c) Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

PARTIE B
Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. *On arrondira le résultat au centième.*
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*
4. Combien de souscriptions chaque employé peut-il espérer par jour ?

EXERCICE 3 (5 points).
Pour les candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et pour les candidats de la série L

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A
Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année.
Au 1er janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.
À l'aide d'une suite, on modélise la population au 1er janvier de chaque année.
Pour tout entier naturel n, le terme u_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2004+n$. On a ainsi $u_0 = 25000$.

1. Calculer l'effectif de cette population de singes au 1er janvier 2005.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25000 \times 0,85^n$.
3. Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.

   Recopier et compléter les lignes L4, L5 et L6 de l'algorithme ci-dessous.

L1 :	Variables	u un réel, n un entier
L2 :	Initialisation	u prend la valeur 25 000
L3 :		n prend la valeur 0
L4 :	Traitement	Tant que .... faire
L5 :		u prend la valeur ....
L6 :		n prend la valeur ....
L7 :		Fin Tant que
L8 :	Sortie	Afficher n

4. Déterminer la valeur n que renvoie l'algorithme.
   On indiquera comment cette réponse a été obtenue.

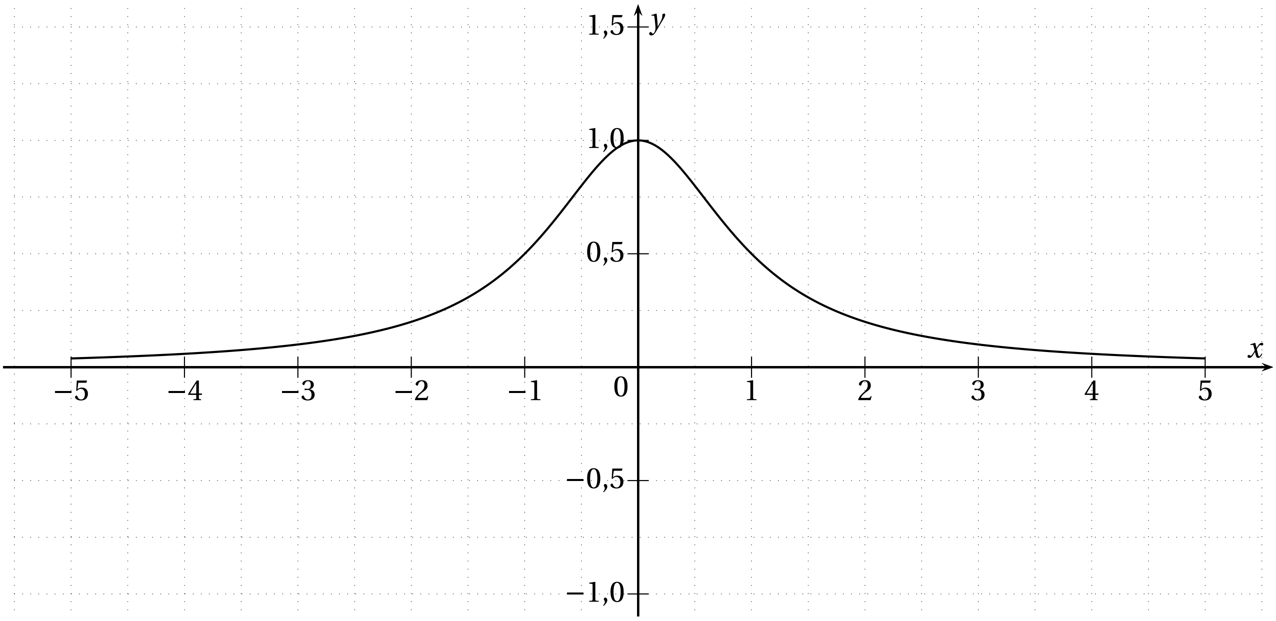
PARTIE B
Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances. À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances.
On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite.
Pour tout entier naturel n, le terme v_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2014+n$. On a ainsi $v_0 = 5000$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0,75 \times v_n + 400$.
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 1600$.
   (a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $0,75$. Préciser la valeur de w_0.
   (b) Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.
   (c) En déduire que pour tout entier naturel n, on a $v_n = 1600 + 3400 \times 0,75^n$.
   (d) Calculer la limite de la suite (v_n) et interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 (4 points).
Pour les candidats de la série L

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\,;\,5]$. On note f' la fonction dérivée de f.



1. Sur l'intervalle $[-5\,;\,5]$:
   (a) f est positive
   (b) f n'est pas continue
   (c) L'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions
2. Par lecture graphique, on peut en déduire que :
   (a) $f'(0) = 1$ (b) $f'(1) = 1$ (c) $f'(0) = 0$
3. On admet qu'une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 2$ est $y = -\frac{4}{25}x + \frac{13}{25}$.
   Le nombre dérivé de f en 2 est :
   (a) $f'(2) = -\frac{4}{25}$ (b) $f'(2) = \frac{13}{25}$ (c) $f'(2) = \frac{1}{5}$
4. On pose $I = \displaystyle\int_{-3}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   (a) On peut être certain que I est de signe négatif
   (b) On peut être certain que I est de signe positif
   (c) On ne peut pas être certain du signe de I