Nom : *Mardi 15 décembre 2015 – 1h00*

Devoir surveillé n°3

Généralités sur les fonctions

EXERCICE 3.1 (4,5 points)**.**
f est une fonction définie sur $[-10\,;\,10]$ et son tableau de variations est le suivant :

x	-10		-1		2		8		10
f	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	9	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-1

Pour chacune des fonctions suivantes donner son tableau des variations en justifiant brièvement.

1. $g = f - 3$
2. $h = 2f$
3. $i = -4f$

EXERCICE 3.2 (7 points)**.**
f est la fonction trinôme telle que $f : x \longmapsto -2x^2 + 4x + 1$.

1. Déterminer la forme canonique de f.
2. Étudier les variations de f à partir de sa forme canonique sur :
   (a) $[1\,;\,+\infty[$;
   (b) $]-\infty\,;\,1]$.
3. Dresser le tableau des variations de f.

EXERCICE 3.3 (8,5 points)**.**
On se propose d'étudier quelques caractéristiques de la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{4x^2 - 14x + 6}{2x - 5}$$

ou de sa courbe $\mathscr{C}$.

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire
Soit g la fonction définie sur $]-\infty\,;\,\frac{5}{2}[\cup]\frac{5}{2}\,;\,+\infty[$ par :

$$g : x \longmapsto -\frac{4}{2x-5}$$

Montrer que g est croissante $]\frac{5}{2}\,;\,+\infty[$
On admettra qu'elle l'est aussi sur $]-\infty\,;\,\frac{5}{2}[$.

Partie B : Étude de f

1. Déterminer $\mathscr{D}$, le domaine de définition de f.
2. Montrer que $f(x) = 2x - 2 - \frac{4}{2x-5}$ pour $x \in \mathscr{D}$.
3. En déduire les variations de f sur chacun des intervalles de $\mathscr{D}$.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels entre $\mathscr{C}$ et chacun des axes du repère.