

Devoir surveillé n°3

Suites – Géométrie Analytique – Second degré

L'énoncé est à rendre avec sa copie
Le devoir est noté sur 25. Le barème n'est que provisoire.

QUESTION DE COURS (2 points).

Démontrer que, pour tout réel q différent de 1, $1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n-1} + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

EXERCICE 3.1 (4 points).

On considère l'algorithme ci-dessous.

```
ENTREE
n
INITIALISATION
u PREND LA VALEUR 6000
INSTRUCTIONS
POUR i ALLANT de 1 A n FAIRE
  u PREND LA VALEUR 1,025u+800
FIN POUR
SORTIE
u
```

Il permet de calculer pour une valeur entière de $n \geq 1$ donnée, le terme de rang n d'une suite (u_n) .

1. (a) Combien vaut u_0 , le premier terme de la suite (u_n) ?
(b) Donner la formule de récurrence définissant cette suite.
(c) Calculer u_1 et u_2 .
(d) Déterminer si cette suite est arithmétique ou géométrique.
2. (a) Recopier l'algorithme sur sa copie en le modifiant pour pouvoir calculer la somme des n premiers termes.
(b) Calculer la somme des 20 premiers termes.

EXERCICE 3.2 (7 points).

Un bail est un contrat de location entre un locataire et un propriétaire. Sa durée est de trois ans.

On propose à un locataire deux types de bail :

Contrat A : Le premier loyer est de 600 euros et il augmente chaque mois de 15 euros pendant la durée des trois ans.

Contrat B : Le premier loyer est de 700 euros et il augmente chaque mois de 1 % pendant la durée des trois ans.

On voudrait savoir quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire sur la durée du bail.

Les résultats seront, au besoin, arrondis au centime d'euro.

1. Étude du contrat A

On appelle a_n le montant du loyer donné par le contrat A au mois de rang n pour n variant de 0 à 35.

- (a) Justifier que (a_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
- (b) Déterminer le loyer du dernier mois avec le contrat A.

- (c) Déterminer, par le calcul, la somme totale que devra payer le locataire sur la durée des trois ans s'il choisit le contrat A.

2. Étude du contrat B

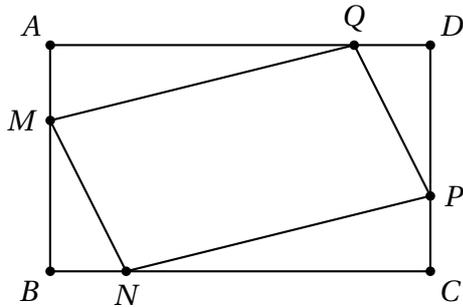
On appelle b_n le montant du loyer donné par le contrat B au mois de rang n pour n variant de 0 à 35.

- (a) Justifier que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - (b) Déterminer le loyer du dernier mois avec le contrat B.
 - (c) Déterminer, par le calcul, la somme totale que devra payer le locataire sur la durée des trois ans s'il choisit le contrat B.
3. Déterminer quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire.

EXERCICE 3.3 (6 points).

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 3$ cm et $BC = 5$ cm.

Les points M , N , P et Q appartiennent aux côtés du rectangle de manière à ce que $AM = BN = CP = DQ$.



On note x la longueur AM en cm et $\mathcal{A}(x)$ l'aire de $MNPQ$ en cm.

- Justifier que l'ensemble de définition de $\mathcal{A}(x)$ est $[0; 3]$.
- Démontrer que $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 8x + 15$.
- Peut-on placer M de telle sorte que :
 - $MNPQ$ ait pour aire 9 cm² ?
 - $MNPQ$ ait une aire inférieure à 9 cm² ?
- Dresser le tableau de variations de \mathcal{A} en justifiant.
- Quelle est l'aire maximale de $MNPQ$? Et son aire minimale ?

EXERCICE 3.4 (6 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Il y a une seule réponse correcte parmi les quatre propositions.

Cocher la réponse correcte pour chaque question, sachant qu'une réponse correcte rapporte 1 point, l'absence de réponse, les réponses multiples ou une réponse fautive n'apportent ou n'enlèvent aucun point.

Aucune justification n'est demandée.

- La droite d'équation $2x - 5y + 1 = 0$ admet pour vecteur directeur :

<input type="checkbox"/> $\vec{u}(2; -5)$	<input type="checkbox"/> $\vec{u}(2; 5)$	<input type="checkbox"/> $\vec{u}(5; 2)$	<input type="checkbox"/> $\vec{u}(5; -2)$
---	--	--	---
- $\vec{u}(-7; 3)$ est un vecteur directeur d'une droite \mathcal{D} . Alors \mathcal{D} a pour coefficient directeur :

<input type="checkbox"/> $m = \frac{7}{3}$	<input type="checkbox"/> $m = \frac{3}{7}$	<input type="checkbox"/> $m = -\frac{7}{3}$	<input type="checkbox"/> $m = -\frac{3}{7}$
--	--	---	---
- Si $A(-1; 3)$, $B(1; 6)$ et $C(4; 2)$ alors la droite parallèle à (AB) passant par C a pour équation :

<input type="checkbox"/> $3x - 12 = 0$	<input type="checkbox"/> $-1,5x + y + 4 = 0$	<input type="checkbox"/> $y = 1,5x + 4$	<input type="checkbox"/> $-1,5x + y - 4 = 0$
--	--	---	--
- Si $A(-1; 4)$ et $B(3; 7)$ dans un repère orthonormé, alors le cercle de centre A passant par B coupe l'axe des abscisses en :

<input type="checkbox"/> $E(4; 0)$	<input type="checkbox"/> $F(6; 0)$	<input type="checkbox"/> $G(2; 0)$	<input type="checkbox"/> $H(0; -1)$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------
- L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ est :

<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(2; -2)$ et de rayon 9	<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(2; -2)$ et de rayon 3
<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(-2; 2)$ et de rayon 9	<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(-2; 2)$ et de rayon 3
- L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 50 = 0$ est :

<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(7; -1)$ et de rayon 10	<input type="checkbox"/> Le point $\Omega(7; -1)$
<input type="checkbox"/> Le cercle de centre $\Omega(-7; 1)$ et de rayon 10	<input type="checkbox"/> Le point $\Omega(-7; 1)$