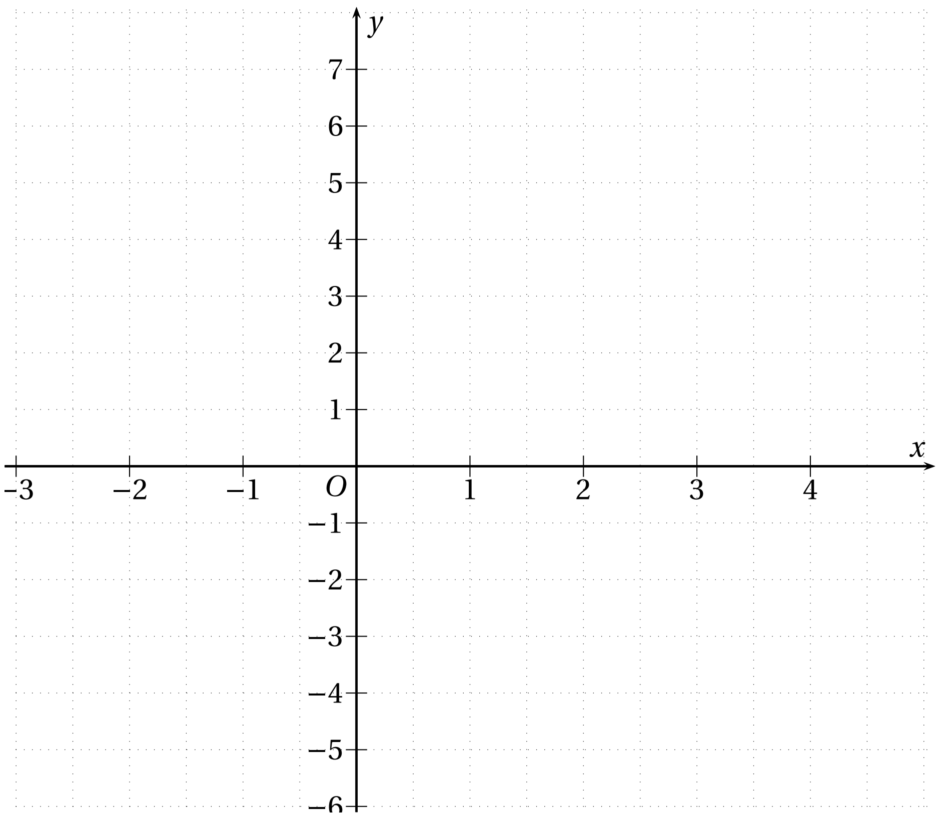
Devoir surveillé nº 1

Continuité – Dérivation

EXERCICE 1.1 (4 points)**.**

f est la fonction définie sur $[-2\,;4]$ par : $f(x)=\begin{cases} x^2-x+1 & \text{si } x\in[-2\,;2[\\ mx+5 & \text{si } x\in[2\,;4] \end{cases}$

1. Tracer la représentation graphique de f dans le repère ci-dessous :
   - en vert pour $m=\frac{1}{2}$
   - en bleu pour $m=-2$
2. Comment choisir m pour que f soit continue sur $[-2\,;5]$? *Une justification est attendue.* Tracer alors la courbe représentative de f en rouge.



EXERCICE 1.2 (6 points)**.**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x)=-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+4$$

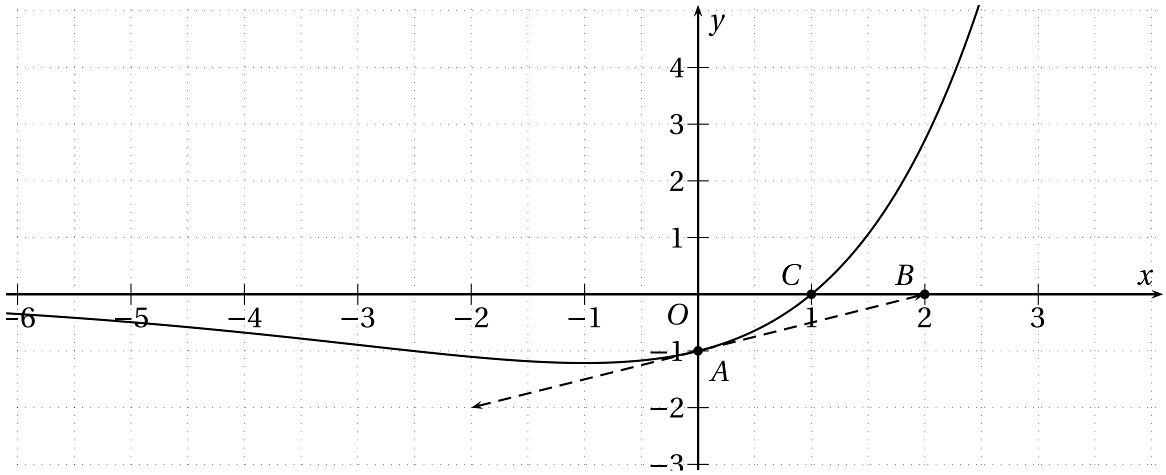
1. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
   On indiquera les valeurs approchées au dixième des extremums locaux.
2. (a) Justifier que l'équation $f(x)=0$ n'a aucune solution sur $]-\infty\,;1]$.

   (b) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur $[1\,;+\infty[$.

   (c) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

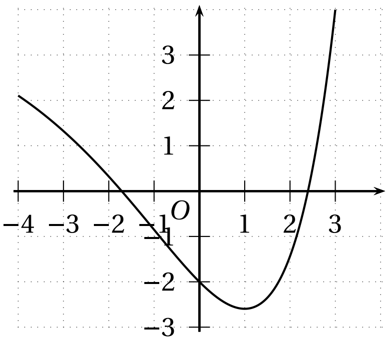
   (d) Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.

EXERCICE 1.3 (4 points)**.**
Dans le repère ci-dessous, on donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La courbe passe par les points $A\,(0\,;-1)$ et $C\,(1\,;0)$.
La tangente à la courbe au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente à la courbe en A passe par le point $B\,(2\,;0)$.

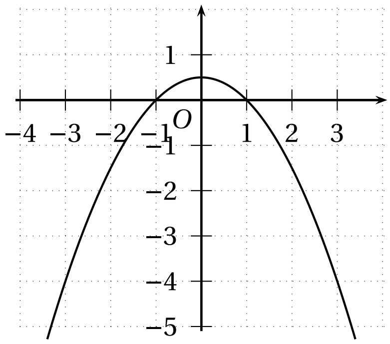


1. Sans justifier déterminer $f(0)$ et $f(1)$.
2. En justifiant déterminer $f'(-1)$ et $f'(0)$.
3. Une des courbes ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f. Déterminer laquelle en justifiant votre choix à l'aide d'arguments graphiques.
4. Une des courbes ci-dessous représente une fonction g telle que $g' = f$. Déterminer laquelle en justifiant votre choix à l'aide d'arguments graphiques.

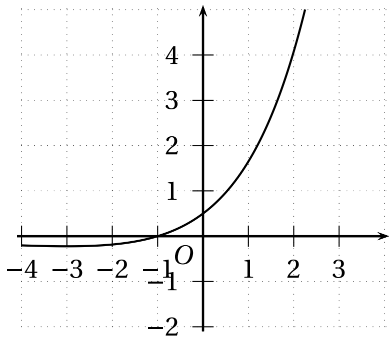
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



EXERCICE 1.4 (6 points)**.**
f est la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.
2. Étudier les variations de f et dresser le tableau des variations de f en y indiquant les valeurs exactes des extremums locaux.
3. Déterminer les abscisses des points de la courbe de f où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.