

---

## Devoir maison n°2

### Intersection droite – parabole

À rendre pour le vendredi 7 octobre.

Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

$\mathcal{P}$  est la parabole d'équation  $y = x^2 - 4x + 6$  et  $\mathcal{D}_m$  est la droite d'équation  $y = mx + 1$  où  $m$  est un réel quelconque.

Le but de ce devoir est d'étudier le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_m$  selon les valeurs de  $m$ .

#### Partie A : Conjecture

Dans cette partie, on pourra s'aider d'un logiciel de géométrie dynamique comme [Geogebra](#).

En particulier on pourra créer un curseur nommé  $m$  et le faire varier pour voir l'évolution du nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_m$  selon les valeurs de  $m$ .

On pourra fournir une impression issue du logiciel quand un schéma est demandé.

1. En faisant varier  $m$  à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou à la main, conjecturer le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_m$  selon les valeurs de  $m$  avec la précision permise par le graphique.
2. Fournir un schéma en exemple pour chaque nombre d'intersections trouvé.

#### Partie B : Preuve

##### Deux exemples numériques

1. Cas de  $m = 2$ .

- (a) Montrer que les intersections cherchées ont leurs coordonnées  $(x; y)$  qui sont solutions du système

$$\mathcal{S} : \begin{cases} y = x^2 - 4x + 6 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

- (b) Montrer que le nombre de solution du système  $\mathcal{S}$  est le même que le nombre de solutions de l'équation  $x^2 - 6x + 5 = 0$ .
- (c) Déterminer ce nombre et en déduire le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_2$ .

2. Cas de  $m = -1$ .

Déterminer de manière similaire le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_{-1}$ .

##### Cas général

1. Montrer que le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_m$  est le même que le nombre de solutions de l'équation  $x^2 - (4 + m)x + 5 = 0$ .
2. En déduire le nombre d'intersections entre la parabole  $\mathcal{P}$  et la droite  $\mathcal{D}_m$  selon les valeurs de  $m$ .