

Devoir surveillé n°9 :

Suites – Relations métriques dans le triangle

Loi binomiale – Dérivation

L'énoncé est à rendre avec sa copie.

Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 25 points).

EXERCICE 1 (6,5 points).

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.

En 2013, le nombre d'abonnés est de 20 millions.

On note u_n le nombre d'abonnés, en millions, pour l'année 2013 + n .

En supposant que cette évolution se poursuive, comment va se comporter le nombre d'abonnés sur le long terme ?

Pour répondre à cette question, on suivra le plan suivant :

1. L'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3} ; à quoi correspond ce choix d'arrondi ?
2. Calculer le nombre d'abonnés en 2014.
3. Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,92u_n + 3$.
4. Soit (v_n) la suite définie, $\forall n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 37,5$.
 - (a) Démontrer que (v_n) est géométrique ; on précisera la raison et le premier terme.
 - (b) En déduire que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
5. Le nombre d'abonnés diminue-t-il d'une année sur l'autre ? Justifier.
6. Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.
 - (a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'opérateur fasse des bénéfices :

```
INITIALISATION
  u prend la valeur 20
  n prend la valeur 0
INSTRUCTIONS
  Tant que .....
    n prend la valeur .....
    u prend la valeur .....
  Fin Tant que
SORTIE
  .....
```

- (b) En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?

EXERCICE 2 (5,5 points).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 5$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f .

1. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations en y indiquant les extremums locaux.
 2. Déterminer s'il existe des points où la tangente à $\mathcal{C}$ admet comme coefficient directeur -8 .
Si oui, donner l'équation de cette (ou ces) tangente(s).
 3. Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation réduite $y = -6x + 5$.
Déterminer les positions relatives de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{D}$ selon les valeurs de x .
-

EXERCICE 3 (4,5 points).

Les résultats seront arrondis au millième.

On compte en France métropolitaine environ 9 % de personnes souffrant d'une déficience auditive. On sélectionne 52 personnes au hasard en France métropolitaine pour un sondage au sujet d'un test auditif. On considère que le choix des 52 individus peut être assimilé à un tirage avec remise. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de déficients auditif dans la sélection.

1. Déterminer la loi de probabilité de X . Justifier.
 2. Calculer $p(X = 4)$. Interpréter le résultat.
 3. Calculer la probabilité que la sélection contienne au plus trois personnes souffrant de déficience auditive.
 4. Calculer la probabilité que la sélection contienne plus de 6 personnes souffrant de déficience auditive.
-

Vous traiterez au choix l'un des deux exercices suivants.

EXERCICE 4 (Relations métriques dans le triangle – 5 points).

Si des propriétés sont utilisées, on devra citer leur éventuel nom.

$ABCD$ est un parallélogramme de centre I dont les côtés AB et AD mesurent, respectivement, 7 et 5 cm et la diagonale BD mesure 10 cm.

1. Déterminer la valeur exacte de AC^2 puis la valeur de AC arrondie au millimètre.
2. Déterminer les mesures des angles du parallélogramme, arrondies au dixième.
3. Déterminer l'aire du parallélogramme, arrondie au dixième.

EXERCICE 4 (Intervalle de fluctuation – 5 points).

Un grossiste vend des boîtes de thé.

12 % de ces boîtes contiennent des traces de pesticides.

À des fins publicitaires le grossiste affiche sur ses plaquettes :

« 88 % de notre thé est garanti sans pesticide »

Un inspecteur de la brigade de répression des fraudes souhaite étudier la validation de cette affirmation.

À cette fin, il prélève au hasard 50 boîtes au hasard dans le stock du grossiste et en trouve 12 avec des traces de pesticides.

On suppose que, dans le stock du grossiste, la proportion des boîtes sans trace de pesticide est bien $p = 0,88$.

On note Y la variable aléatoire donnant le nombre de boîtes de thé sans trace de pesticide dans un échantillon aléatoire de 50 boîtes de thé prélevé par l'inspecteur (assimilé à un tirage avec remise de taille 50).

On admettra que Y suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,88$.

1. (a) Déterminer le plus petit entier a tel que $p(Y \leq a) > 0,025$.
(b) Soit F la variable aléatoire donnant la fréquence de boîtes de thé sans trace de pesticide dans un échantillon aléatoire de 50 boîtes de thé prélevé par l'inspecteur.
Déterminer l'intervalle I de fluctuation de la fréquence F au seuil de 95 %.
 2. (a) Quelle est la fréquence observée f sur l'échantillon prélevé par l'inspecteur ?
(b) Énoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non au seuil de 5 % l'hypothèse $p = 0,88$.
(c) L'inspecteur de la brigade de répression peut-il décider, au seuil de risque de 5 %, que la publicité est mensongère ?
-

EXERCICE 5 (3,5 points).

Si des propriétés sont utilisées, on devra citer leur éventuel nom.

Le bateau de Naïg rejoint son mouillage situé sur la Laïta, rivière dont l'embouchure, au Pouldu, est signalée par une tour dite du *mât pilote* (T sur le schéma)¹.

On admettra que le bateau se déplace suivant une ligne droite (γ).

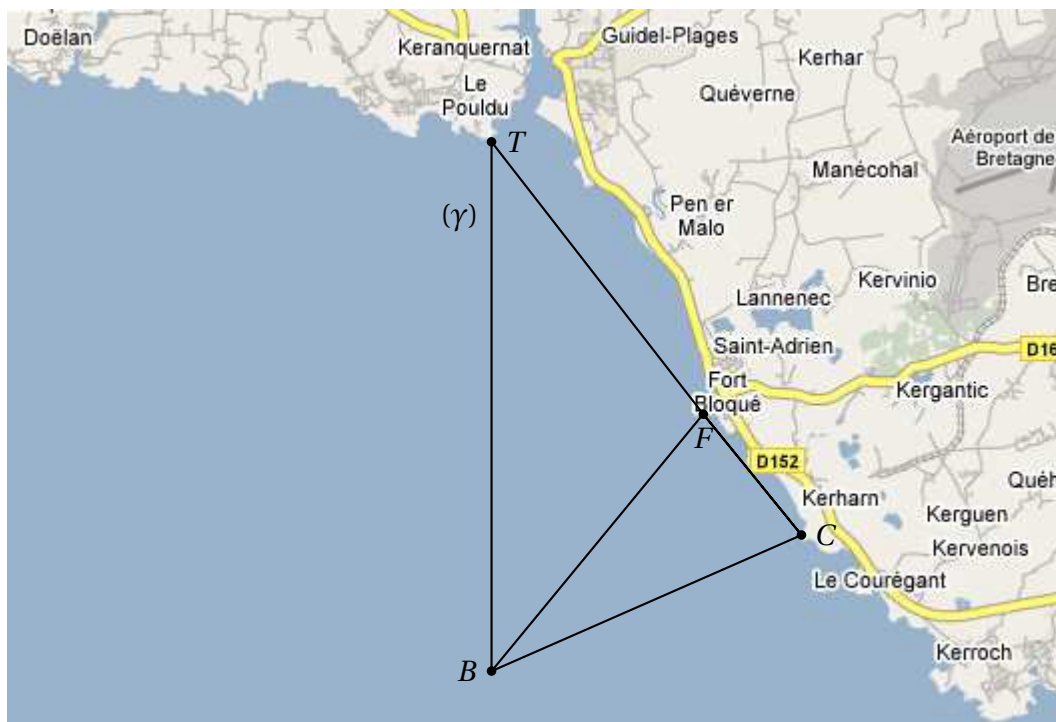
Jeanne et Stéphanie ont décidé de faire une surprise à Naïg et d'être à l'arrivée à son mouillage.

Afin de connaître l'heure d'arrivée du bateau à l'embouchure, elles se placent sur la côte, Jeanne à 5 km de l'embouchure, au Fort-Bloqué (F sur le schéma), Stéphanie à 6 km de l'embouchure, à proximité du Courégant (C sur le schéma), toutes les deux parfaitement alignées avec la tour.

Chacune d'elles est munie d'un appareil de mesure des angles.

À 9 h, le bateau est en B . Stéphanie note $\widehat{FCB} = 100^\circ$ et Jeanne $\widehat{CFB} = 64^\circ$.

1. Calculer les mesures exactes des côtés de FCB et donner la mesure arrondie de BC au mètre près.
2. Pour la suite on suppose que $BC \approx 3,3$ km.
Calculer la distance, arrondie à cent mètres, qu'il reste à parcourir au bateau avant d'arriver à l'embouchure de la Laïta (en T).
3. **Question hors barème.**
Après calcul, Jeanne et Stéphanie estiment qu'à 9 h 30 min le bateau de Naïg a parcouru environ 2,2 km.
Pour des raisons de marée, le bateau doit atteindre l'embouchure de la Laïta avant 11h00.
En supposant que celui-ci garde la même allure, déterminer si ce sera le cas.



Les distances en mer et les angles ne sont pas respectés sur ce schéma

1. Ainsi nommée car elle était jadis surmontée d'un mât indiquant aux bateaux désirant entrer dans l'embouchure, par un système de codes, les manœuvres à effectuer