Équations de droites

1 Activités

Activité 1

Le plan est muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthogonal.

1. (a) Placer les points : $A(-2;3)$; $B(4;1)$ et $C(3;1,2)$.
   (b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   (c) Les points A, B et C semblent alignés. Est-ce vraiment le cas ? Justifier.
2. Soit N le point de la droite (AB) de coordonnées $(2;b)$.
   (a) Placer N et lire graphiquement une valeur approchée de b.
   (b) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AN}$ en fonction de b.
   (c) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AB}$? En déduire la valeur exacte de b.
3. Soit P le point de la droite (AB) de coordonnées $(a;4)$.
   (a) Placer P et lire graphiquement une valeur approchée de a.
   (b) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AP}$ en fonction de a.
   (c) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AB}$? En déduire la valeur exacte de a.
4. Soit $M(x;y)$ un point de la droite (AB).
   (a) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction de x et y.
   (b) En déduire la relation entre x et y qui traduit que M est un point de (AB).
   (c) Transformer cette relation pour obtenir une relation équivalente, de la forme $y = mx + p$.

Activité 2

Le plan est rapporté au repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. (a) Placer les points $A(-2;-4)$, $B(4;5)$ et $E(4;1)$.
   (b) Lire l'ordonnée p du point d'intersection de l'axe (Oy) et de la droite (AB).
   (c) Déterminer les coordonnées $(\alpha;\beta)$ du vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis calculer $m = \frac{\beta}{\alpha}$.
2. Soit M un point de la droite (AB) de coordonnées $(x;y)$.
   (a) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction de x et y.
   (b) En déduire la relation entre x et y qui traduit que M est un point de (AB).
   (c) Transformer cette relation pour obtenir une relation équivalente, de la forme $y = mx + p$.
3. (a) Déduire du 1. et du 2. une autre méthode pour obtenir une équation de la forme $y = mx + p$ associée à une droite.
   (b) À l'aide de cette méthode déterminer une équation associée à la droite (AE).
4. (a) Tracer la droite (BE).
   Que constate-t-on ?
   (b) Essayer d'appliquer la méthode du 3. pour obtenir une équation associée à (BE).
   Que constate-t-on ?
   (c) À quelles conditions sur x et y un point P de coordonnées $(x;y)$ appartient-il à (BE) ?
   Prouvez-le à l'aide des vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BP}$.

Activité 3

Soit $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$, $\mathscr{D}_4$, $\mathscr{D}_5$ et $\mathscr{D}_6$ les droites associées aux équations respectives suivantes :

- $y = 3x + 1$;
- $y = 1x + 1$;
- $y = 0,25x + 1$;
- $y = 0x + 1$;
- $y = -x + 1$;
- $y = -2x + 1$;

1. Montrer que le point $(0;1)$ appartient à toutes ces droites.
2. Déterminer, pour chacune de ces droites, un autre point lui appartenant.
3. Placer ces points dans un repère orthogonal puis tracer les droites.
4. Quelle semble être l'influence du coefficient du x sur « l'allure » de ces droites ?

Activité 4

Le plan est muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthogonal.

1. Soit deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ d'équations respectives :
   $$y = -0,5x + 1 \qquad \text{et} \qquad y = 0,25x - 2$$
   (a) Indiquer si les points suivants appartiennent à la droite $\mathscr{D}$, puis à la droite $\mathscr{D}'$.
   $$A(-2;2) \quad B(2;-1,5) \quad C(-3;-1) \quad D(4;-1)$$
   (b) Tracer $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ en utilisant les résultats de la question précédente.
   (c) Calculer les coordonnées du point d'intersection des deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ en résolvant le système :
   $$\begin{cases} y = -0,5x + 1 \\ y = 0,25x - 2 \end{cases}$$
2. On considère le système :
   $$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$
   (a) Les couples $(x;y)$ suivants vérifient-ils la première équation ? la seconde ? le système ?
   (b) Écrire chacune des deux équations sous la forme $y = mx + p$.
   Tracer les deux droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ correspondant aux deux équations obtenues.
   (c) Lire les coordonnées du point F, intersection de ces deux droites. Les coordonnées de F sont-elles identitques au résultat trouvé à la première question ?
   Combien le système a-t-il de solutions ?
3. On considère le système :
   $$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -6x - 2y = a \end{cases}$$
   (a) Représenter sur un graphique les deux équations du système pour $a = 4$ puis pour $a = 0$. Comment sont situées les droites tracées ?
   Combien le système a-t-il de solutions ?
   (b) Quelle valeur donner à a pour que les deux droites soient confondues ?
   Combien le système a-t-il alors de solutions ? Donnez-en trois.

2 Définitions et propriétés

Le plan est muni d'un repère $(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j})$.

THÉORÈME 1

Toute droite $\mathcal{D}$ non parallèle à l'axe des ordonnées est caractérisée par une relation de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels constants.
Cela signifie que :

- *tout point M appartenant à la droite $\mathcal{D}$ a ses coordonnées $(x\,;\,y)$ qui vérifient l'équation $y = mx + p$;*
- *tout point M dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient l'équation $y = mx + p$ appartient à la droite $\mathcal{D}$.*

On dit que $y = mx + p$ est l'équation réduite *de $\mathcal{D}$.*

Toute droite $\mathcal{D}$ parallèle à l'axe des ordonnées est caractérisée par une relation de la forme $x = k$, où k est un nombre réel constant.

Remarque. Il peut y avoir plusieurs équations associées à une droite $\mathcal{D}$ telles que les points M ont leurs coordonnées $(x\,;\,y)$ qui vérifient ces équations. Par exemple si $y = 2x + 3$ est l'équation réduite de $\mathcal{D}$, les points de $\mathcal{D}$ ont aussi leurs coordonnées qui vérifient l'équation : $2y = 4x+6$ puisque cette équation est équivalente à la précédente. Cependant toutes ces équations peuvent se ramener à $y = 2x+3$ qui est unique pour une droite $\mathcal{D}$ donnée.

Démonstration. Démontrons le théorème. Soit $\mathcal{D}$ une droite non parallèle à l'axe des ordonnées et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts connus de cette droite, soit enfin $M(x\,;\,y)$ un point quelconque.

- Si M appartient à $\mathcal{D}$, comme A, B et M appartiennent tous les trois à $\mathcal{D}$, ils sont alignés et les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$ sont colinéaires donc $xy' - x'y = 0$

  $$(x_B - x_A) \times (y - y_A) - (y_B - y_A) \times (x - x_A) = 0$$

  $$\Leftrightarrow (x_B - x_A) \times y - (x_B - x_A) \times y_A - (y_B - y_A) \times x + (y_B - y_A) \times x_A = 0$$

  $$\Leftrightarrow (x_B - x_A) \times y = (y_B - y_A) \times x + (x_B - x_A) \times y_A + -(y_B - y_A) \times x_A$$

  $$\Leftrightarrow y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}x + \frac{-(x_B - x_A) \times x_A + (y_B - y_A) \times y_A}{x_B - x_A}$$

  car, comme la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, $x_B - x_A \neq 0$

  En posant $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $p = \frac{-(x_B-x_A)\times x_A + (y_B-y_A)\times y_A}{x_B - x_A}$ on a donc :
  les coordonnées de M vérifient bien $y = mx + p$.
- Supposons maintenant que les coordonnées de A, B et M vérifient une équation de la forme $y = mx + p$. Montrons que, dans ce cas, ils sont alignés.

  On a donc $y_A = mx_A + p$, $y_B = mx_B + p$ et $y = mx + p$ et

  $$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ mx_B + p - (mx_A + p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ m(x_B - x_A) \end{pmatrix}$$

  et, de même, $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x - x_A \\ m(x - x_A) \end{pmatrix}$.
  Or $xy' - x'y = (x_B - x_A) \times m(x - x_A) - m(x_B - x_A) \times x - x_A = 0$.
  Donc les points sont alignés et M appartient à (AB).

On laisse en exercice la démonstration qu'une droite parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme $x = k$. □

Propriété 2

Soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées, et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts quelconques de $\mathcal{D}$.
Alors on a :

- *$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$;*
- *le point de coordonnées $(0\,;\,p)$ appartient à $\mathcal{D}$.*

Démonstration. On l'a vu le premier point de la démonstration précédente.
Par ailleurs, le point d'abscisse 0 appartenant à $\mathcal{D}$ a pour ordonnée $y = m \times 0 + p = p$. □

Définition 1

Soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées, et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts quelconques de $\mathcal{D}$.

- *$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est appelé* coefficient directeur de $\mathcal{D}$.
- *p est appelé* ordonnée à l'origine de $\mathcal{D}$.

Définition 2

Soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées, et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts quelconques de $\mathcal{D}$.
Tout vecteur non nul colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ est appelé vecteur directeur de $\mathcal{D}$ (en particulier $\overrightarrow{AB}$ lui-même).

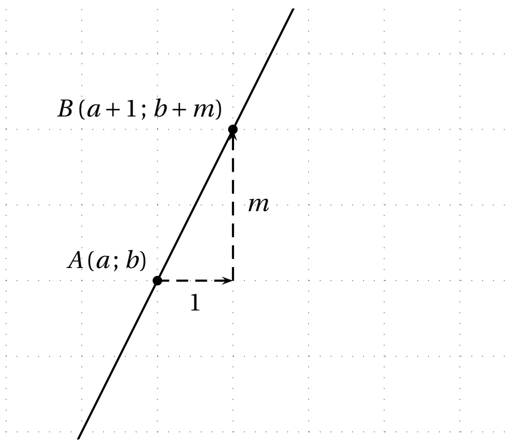
Propriété 3

Soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées.
Le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$.

Démonstration. Soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées, et $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts quelconques de $\mathcal{D}$.
On a vu que $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ m(x_B - x_A) \end{pmatrix}$.
Montrons que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires :
$xy' - x'y = (x_B - x_A) \times m - 1 \times (m(x_B - x_A)) = 0$
Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires et $\vec{u}$ est bien un vecteur directeur de $\mathcal{D}$. □

Propriété 4

Soit $\mathscr{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$, donc non parallèle à l'axe des ordonnées, et $A\,(a\,;\,b)$ un point quelconque de $\mathscr{D}$.
Alors le point $B\,(a+1\,;\,b+m)$ appartient à $\mathscr{D}$.



Démonstration. Soit $\mathscr{D}$ une droite d'équation réduite $y = mx + p$ et $A\,(a\,;\,b)$ un point de $\mathscr{D}$ et $B\,(a+1\,;\,b+m)$.
Montrons que B appartient à $\mathscr{D}$.
On sait que le vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$.
Or $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1-a \\ b+m-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix} = \overrightarrow{u}$.
Donc B appartient à $\mathscr{D}$. $\square$

Propriété 5

Soit $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ deux droites d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$, donc non parallèles à l'axe des ordonnées.
$\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles (éventuellement confondues) si et seulement si $m = m'$.

Démonstration. $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ m' \end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs de $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$.

$\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles (éventuellement confondues) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow xy' - x'y = 0 \Leftrightarrow 1 \times m' - 1 \times m = 0 \Leftrightarrow m' - m = 0 \Leftrightarrow m = m'$. $\square$

3 Applications

3.1 Tracer une droite

Les propriétés 2. et 4. donnent un moyen simple de représenter une droite quand p n'est pas trop grand et quand l'axe des ordonnées est disponible :

Pour construire la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = mx + p$:

1. on place le point $P\,(0\,;\,p)$;
2. on place le point $Q\,(1\,;\,p+m)$;
3. on trace la droite $\mathscr{D} = (PQ)$.

Exemple. Pour tracer $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ d'équations respectives :

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \qquad \text{et} \qquad y = -2x + 1$$

- on sait que $P_1\,(0\,;\,2) \in \mathscr{D}_1$ ainsi que $Q_1\,(0+1\,;\,2+0{,}5) = (1\,;\,2{,}5)$ (ainsi que $R_1\,(1+1\,;\,2{,}5+0{,}5) = (2\,;\,3)$, etc.)
- on sait que $P_2\,(0\,;\,1) \in \mathscr{D}_2$ ainsi que $Q_2\,(0+1\,;\,1-2) = (1\,;\,-1)$ (ainsi que $R_2\,(1+1\,;\,-1-2) = (2\,;\,-3)$, etc.)

On obtient alors le schéma de la présente page.

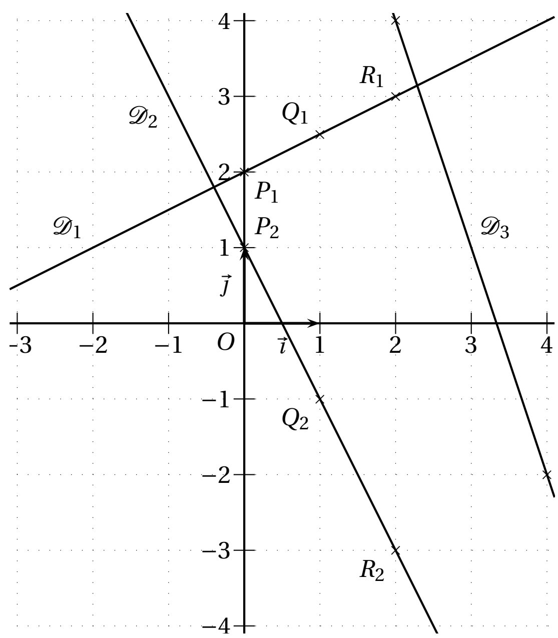
Remarque. On peut aussi lire m de la façon suivante : $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ où $\Delta y = y_B - y_A$ est la variation des ordonnées et $\Delta x = x_B - x_A$ est la variation des abscisses entre les deux points.
Ainsi si $m = 2 = \dfrac{2}{1} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ cela signifie que quand on augmente x de 1, y augmente de 2, ou bien si $m = -3 = \dfrac{-3}{1} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ cela signifie que quand on augmente x de 1, y augmente de -3, c'est-à-dire diminue de 3.
De même si $m = \dfrac{1}{2} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ cela signifie que quand on augmente x de 2, y augmente de 1, ou bien si $m = -\dfrac{3}{4} = \dfrac{-3}{4} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ cela signifie que quand on augmente x de 4, y augmente de -3, c'est-à-dire diminue de 3.

Si l'axe des ordonnées n'est pas accessible, ou si p est trop grand pour que le point $(0\,;\,p)$ apparaisse dans la fenêtre, on détermine par le calcul deux points quelconques en fixant arbitrairement deux valeurs de x.

Exemple. Pour tracer la droite $\mathscr{D}_3$ d'équation réduite $y = -3x + 10$, on peut déterminer, par exemple, les coordonnées des points d'abscisses 2 et 4 :

- $y = -3 \times 2 + 10 = 4$ donc $(2\,;\,4) \in \mathscr{D}_3$;
- $y = -3 \times 4 + 10 = -2$ donc $(4\,;\,-2) \in \mathscr{D}_3$.

On place ensuite les deux points et on trace la droite.



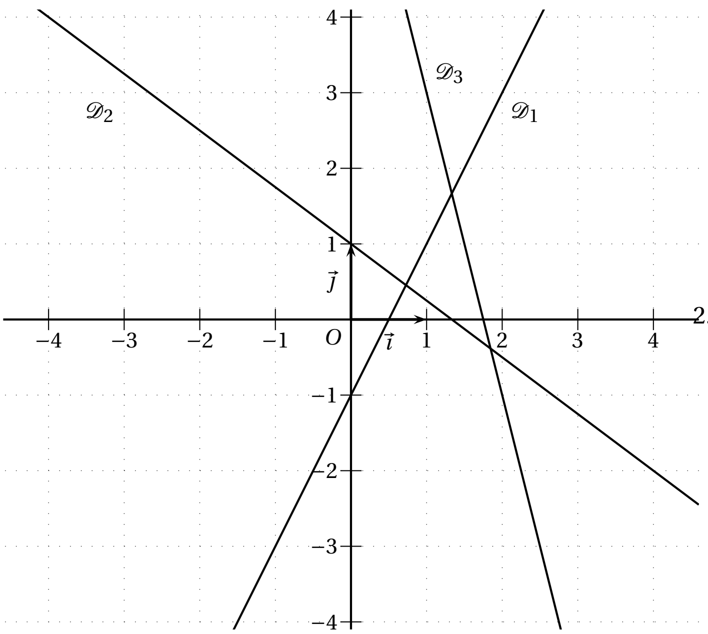
3.2 Retrouver l'équation réduite

Inversement, ces propriétés permettent aussi de déterminer rapidement m et p et donc l'équation réduite de $\mathscr{D}$:

Pour déterminer l'équation $y = mx + p$ d'une droite $\mathscr{D}$ donnée :

1. si c'est possible, on lit l'ordonnée x_P du point P, intersection de $\mathscr{D}$ avec l'axe des ordonnées et on a $p = x_P$;
2. si l'on dispose de deux points A et B appartenant à $\mathscr{D}$, on a $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ où $\Delta y = y_B - y_A$ est la variation des ordonnées et $\Delta x = x_B - x_A$ est la variation des abscisses entre les deux points.
3. on a alors $\mathscr{D}$: $y = mx + p$.

Exemple. On donne le schéma suivant :



- Déterminons l'équation réduite de $\mathscr{D}_1$: $y = mx + p$:
  $\mathscr{D}_1$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; -1)$ donc $p = -1$.
  Par ailleurs les points de coordonnées $(0; -1)$ et $(1; 1)$ appartiennent à $\mathscr{D}_1$ donc, quand x augmente de 1, y augmente de 2, donc $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2}{1} = 2$.
  Finalement $\mathscr{D}_1$: $y = 2x - 1$
- Déterminons l'équation réduite de $\mathscr{D}_2$: $y = mx + p$:
  $\mathscr{D}_2$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 1)$ donc $p = 1$.
  Par ailleurs les points de coordonnées $(0; 1)$ et $(4; -2)$ appartiennent à $\mathscr{D}_2$ donc, quand x augmente de 4, y diminue de 3, donc $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-3}{4} = -\dfrac{3}{4}$.
  Finalement $\mathscr{D}_2$: $y = -\frac{3}{4}x + 1$

Lorsque le point d'intersection avec l'axe des ordonnées n'est pas visible, on dispose de deux méthodes.

1. **Première méthode**
   (a) On détermine m à l'aide de deux points comme précédemment ;
   (b) On remplace x et y par les coordonnées d'un des deux points pour trouver p.

   Exemple. Déterminons l'équation réduite de $\mathscr{D}_3$: $y = mx + p$ de cette manière.
   Les points $(1; 3)$ et $(2; -1)$ appartiennent à $\mathscr{D}_3$ donc $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{1} = -4$ donc $\mathscr{D}_3$: $y = -4x + p$.
   Il ne reste qu'à trouver p.
   $(1; 3) \in \mathscr{D}_3$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de $\mathscr{D}_3$:
   $3 = -4 \times 1 + p \Leftrightarrow 3 + 4 = p \Leftrightarrow 7 = p$.
   Finalement $\mathscr{D}_3$: $y = -4x + 7$

2. **Deuxième méthode**
   On trouve deux points appartenant à la droite et on résoud le système où m et p sont les inconnues.

   Exemple. Déterminons l'équation réduite de $\mathscr{D}_3$: $y = mx + p$ de cette manière.
   Les points $(1; 3)$ et $(2; -1)$ appartiennent à $\mathscr{D}_3$ donc leurs coordonnées vérifient l'équation de $\mathscr{D}_3$.
   On obtient le système suivant :
   $\begin{cases} 3 = m \times 1 + p \\ -1 = m \times 2 + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = m + p \\ -1 = 2m + p \end{cases}$
   Résolvons le.
   D'après la première ligne, $p = 3 - m$.
   Remplaçons p dans la seconde ligne :
   $-1 = 2m + (3 - m) \Leftrightarrow -1 = m + 3 \Leftrightarrow -4 = m$ et $p = 3 - m = 3 - (-4) = 7$.
   Finalement $\mathscr{D}_3$: $y = -4x + 7$.

3.3 Solutions d'un système

3.3.1 Rappels

Un système linéaire de deux équations à deux inconnues est un système de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où a, b, c, a', b', c' sont des réels donnés.

Le résoudre, c'est trouver l'ensemble des couples $(x; y)$ qui vérifient les deux équations en même temps.

On peut procèder :

- par substitution, c'est-à-dire en isolant l'une des deux inconnues dans une des lignes et en la remplaçant (en la substituant) dans l'autre ;
- par combinaisons linéaires, c'est-à-dire en multipliant éventuellement les lignes par des réels bien choisis puis en les ajoutant ou en les soustrayant l'une à l'autre pour faire disparaître une inconnue.

Tout cela a déjà été vu au collège.

3.3.2 Systèmes et droites

Toute équation de la forme $ax + by = c$ peut s'écrire sous la forme $x = k$ si $b = 0$ ou $y = mx + p$ si $b \neq 0$.

On peut donc associer toute équation de ce type à une droite.

Le nombre de solutions d'un système est exactement le nombre d'intersections des droites associées à chacune des équations, à savoir :

- une infinité de solutions si les droites sont confondues ;
- aucune solution si les droites sont parallèles et non confondues ;
- une unique solution $(x; y)$ si les droites sont sécantes.

4 Exercices

Dans tous les exercices le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthogonal.

EXERCICE 1

La droite $\mathscr{D}$ est d'équation réduite $y = -3x + 0,5$.

Déterminer si $A(150,5; -451)$ ou $B(-73,25; -219,5)$ appartiennent à $\mathscr{D}$.

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants, dire si le point A appartient à la droite $\mathscr{D}$:

1. $A\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{6}\right)$ et $\mathscr{D} : y = 6x + \frac{1}{6}$;
2. $A(1; -7)$ et $\mathscr{D} : y = -\frac{3}{4}(x+2) - 5$;
3. $A(2; 5)$ et $\mathscr{D} : x = 5$;
4. $A\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$ et $\mathscr{D} : y = \frac{1}{6}$;

EXERCICE 3

La droite $\mathscr{D}$ est d'équation réduite : $y = \frac{5}{2}x - 1$.

1. A est le point de $\mathscr{D}$ d'abscisse 12. Quelle est son ordonnée ?
2. B est le point de $\mathscr{D}$ d'ordonnée $-\frac{1}{2}$. Quelle est son abscisse ?

EXERCICE 4

Dans un même repère, tracer les droites dont les équations sont les suivantes :

- $\mathscr{D}_1 : y = -\frac{1}{2}x + 5$;
- $\mathscr{D}_2 : y = 4x - 2$;
- $\mathscr{D}_3 : y = -3$;
- $\mathscr{D}_4 : y = \frac{3}{4}x - 4$;
- $\mathscr{D}_5 : x = 6$;

EXERCICE 5

Dans un même repère, tracer les droites dont les équations sont les suivantes :

- $\mathscr{D}_1 : y = -5x + 10$;
- $\mathscr{D}_2 : y = 6x - 14$;
- $\mathscr{D}_3 : y = \frac{3x-1}{6}$;
- $\mathscr{D}_4 : y = \frac{-2x+1}{4}$;
- $\mathscr{D}_5 : 2x - 5y = 3$;

EXERCICE 6

Dans un même repère, tracer les droites suivantes :

- $\mathscr{D}_1$ passant par $A(3; 1)$ et de coefficient directeur -1 ;
- $\mathscr{D}_2$ passant par $B(-3; 2)$ et de coefficient directeur $-\frac{1}{4}$;
- $\mathscr{D}_3$ passant par $C(1; 0)$ et de coefficient directeur 3 ;
- $\mathscr{D}_4$ passant par $D(0; 2)$ et de coefficient directeur $\frac{4}{3}$;
- $\mathscr{D}_5$ passant par $E(-2; 2)$ et de coefficient directeur 0 ;

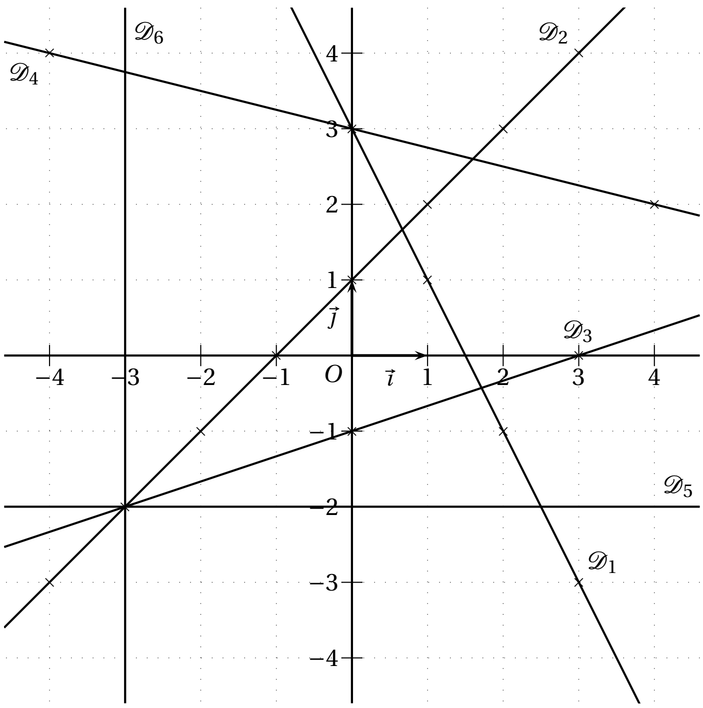
EXERCICE 7

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'équation de la droite (AB) :

1. $A(1; 2)$ et $B(3; -1)$;
2. $A(4; 4)$ et $B(-1; 2)$;
3. $A(0; -1)$ et $B(2; 3)$;
4. $A(-2; 2)$ et $B(3; 2)$;
5. $A(1; 3)$ et $B(1; 4)$;
6. $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ et $B(3; 5)$.

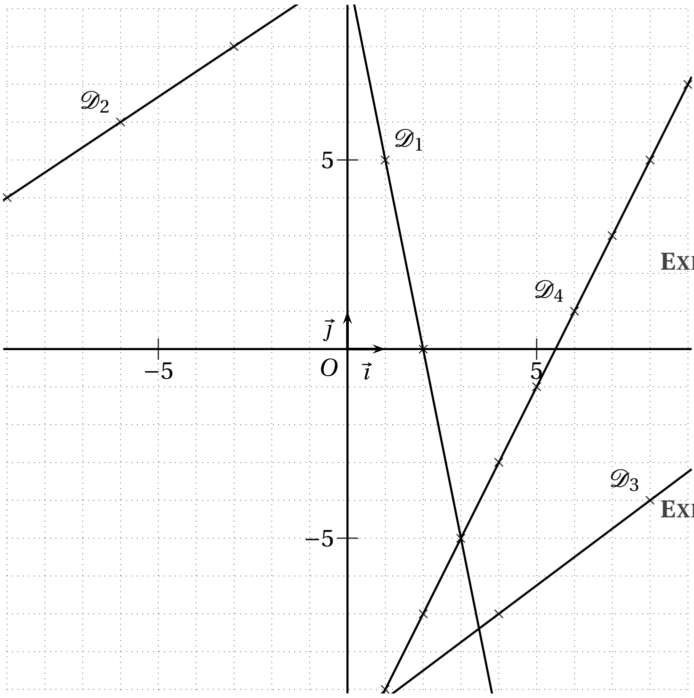
EXERCICE 8

Déterminer graphiquement les équations réduites des droites représentées sur le schéma suivant :



EXERCICE 9

Déterminer graphiquement les équations réduites des droites représentées sur le schéma suivant :



EXERCICE 10

Pour chacun des systèmes suivants :

1. déterminer sans le résoudre le nombre de solutions du système ;
2. résoudre ensuite le système.

- $\mathscr{S}_1 \begin{cases} 4x-6y=-26 \\ 5x+2y=-4 \end{cases}$
- $\mathscr{S}_2 \begin{cases} -2y+6x=5 \\ -9x+3y=-7,5 \end{cases}$
- $\mathscr{S}_3 \begin{cases} 3x=6y+7 \\ 8,5-2,5x+5y=6 \end{cases}$
- $\mathscr{S}_4 \begin{cases} -3x+4y=9-5x \\ -x+5y=25 \end{cases}$
- $\mathscr{S}_5 \begin{cases} x^2-y^2=1 \\ 3x+7y=5 \end{cases}$

EXERCICE 11

On donne les points $A(3\,;4)$, $B(-2\,;-1)$ et $C(5\,;-1)$.

1. Déterminer une équation de chacune des médianes du triangle ABC.
2. En déduire les coordonnées de son centre de gravité G.

EXERCICE 12

1. Dans un même repère, tracer les droites $\mathscr{D}_1$, $\mathscr{D}_2$, $\mathscr{D}_3$ et $\mathscr{D}_4$ d'équations respectives : $y=\frac{1}{2}-4$, $y=-3x-1$, $y=\frac{1}{2}+3$ et $y=-3x-+15$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère qui apparaît alors ? Justifer.
3. Déterminer par le calcul les éventuelles intersections entre chaque couple de droite.