

Devoir surveillé n°8

Probabilités

EXERCICE 8.1 (8 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Dans cet exercice, pour chacune des questions, 4 réponses sont proposées, une seule est correcte. Pour chaque question, cocher la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte deux points, chaque réponse incorrecte retire 0,5 point, une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est 0.

Dans un lycée, 40 % des élèves sont dans une série technologique, les autres étant dans une section générale. Le taux de réussite du lycée au bac est de 90 % dans la série technologique et de 80 % dans la série générale.

On rencontre un élève de terminale au hasard le jour des résultats du bac. Chaque élève a la même probabilité d'être rencontré.

On considère les évènements suivants :

- T : « l'élève est dans une série technologique »,
- B : « l'élève est reçu au bac ».

1. La probabilité de l'évènement \bar{T} contraire de T est égale à :

- 0,4 60 0,6 -0,4

2. La probabilité $P_{\bar{T}}(\bar{B})$ est égale à :

- 0,12 0,6 20 0,2

3. La probabilité de l'évènement $T \cap B$ est égale à :

- 0,9 0,36 0,4 4

4. La probabilité de l'évènement B est égale à :

- 0,84 0,9 0,8 1,7

5. Sachant que l'élève rencontré au hasard est reçu au bac, la probabilité qu'il soit en série technologique est égale à :

- $P(T \cap B) / P(B)$ $P(T) \times P(B)$ $P(T \cap B)$ $P_T(B)$

EXERCICE 8.2 (12 points).

Le service comptable d'un magasin réalise une étude sur le fichier des clients qui ont fait des achats le premier samedi du mois de novembre 2006. Il constate que 15 % des clients ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité. Parmi ceux-ci, 80 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €. Parmi les clients qui n'ont pas effectué leurs achats avec une carte de fidélité, 60 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

On choisit au hasard une fiche de ce fichier. On admet que toutes les fiches ont la même probabilité d'être choisies.

On considère les évènements suivants :

- F : « La fiche choisie indique que le client a effectué ses achats avec une carte de fidélité » ;
- S : « La fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. (a) Donner la probabilité $P(F)$ de l'évènement F.

(b) Donner $P_F(S)$, la probabilité, sachant F, de l'évènement S.

3. Décrire par une phrase l'évènement $F \cap S$. Calculer la probabilité $P(F \cap S)$.

4. Montrer que la probabilité de l'évènement S est égale à 0,63.

5. Calculer la probabilité que la fiche choisie indique que le client a effectué ses achats avec une carte de fidélité sachant qu'il a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

6. Les évènements F et S sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

7. On choisit au hasard, de façon indépendante, deux fiches. On admet que le nombre de fiches est suffisamment important pour que le tirage soit assimilé à un tirage avec remise et que chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

On note :

- S_1 l'évènement « la première fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € »,
- S_2 l'évènement « la seconde fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € ».

(a) Construire un nouvel arbre pondéré décrivant cette situation.

(b) Quelle est la probabilité qu'au moins une des deux fiches indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.