# Devoir surveillé n° 10

## Loi binomiale – Loi normale – Intervalle de fluctuation – Intervalle de confiance

*Le devoir est noté sur 20. Le barème est provisoire.*

**EXERCICE 10.1** (8 points)**.**
Dans le jeu « Casse-bonbons », il est possible, chaque jour, de tourner la « roue booster » afin d'obtenir un bonus. Cette roue est séparée en 8 secteurs identiques, chacun correspondant à un bonus différent, excepté le secteur nommé « Jackpot » qui correspond à l'obtention de plusieurs bonus en même temps (voir image ci-dessous).

*Les résultats seront donnés au millième.*

1. Quelle hypothèse peut-on émettre quant à la probabilité $p$ que le tirage s'arrête sur le « Jackpot » ?
2. David joue à tourner la roue environ 25 jours par mois.
   On appelle $X$ le nombre de jackpots obtenus chaque mois.
   (a) Justifier que $X$ suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres $n$ et $p$.
   (b) Justifier qu'on ne peut pas utiliser, dans ce cas, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.
   (c) Déterminer l'intervalle de fluctuation $I$ au seuil de 95 % associé à la loi binomiale suivie par $X$.
   (d) Au mois d'avril, David n'a gagné aucune fois le jackpot.
   Que peut-on en conclure au seuil de 95 % ?
3. Claire joue à tourner la roue environ trois cents fois par an.
   On appelle $Y$ le nombre de jackpots obtenus chaque année.
   (a) Justifier qu'on peut utiliser, dans ce cas, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.
   (b) Donner cet intervalle $J$.
   (c) L'année dernière, Claire n'a gagné aucune fois le jackpot. Qu'en conclure ?

**EXERCICE 10.2** (3,5 points).
*Les valeurs exactes sont attendues.*
Une étude affirme que 80 % des destinataires lisent le publipostage qu'ils reçoivent.

1. En admettant que ce résultat provienne d'une enquête sur un échantillon de 100 destinataires, déterminer l'intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion de destinataires qui lisent le publipostage.
2. Quel est l'amplitude de cet intervalle ?
3. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans la notation.*
   Quel devrait être l'effectif $n$ de l'échantillon pour avoir une amplitude dix fois moindre ?

---

**EXERCICE 10.3** (8,5 points).
*Sauf précision contraire, les résultats seront donnés au millième.*
Une usine remplit des paquets de pâtes vendus comme contenant environ 500 g de pâtes.
Soit $X$ le nombre de grammes effectivement contenus dans un tel paquet.
On admet que $X$ suit une loi normale d'espérance $\mu$ et d'écart-type $\sigma$, $\mu$ et $\sigma$ étant réglables, dans une certaine mesure, par l'usine.
La législation impose que le nombre de paquets contenant moins de 480 g soit inférieur à 1 pour mille.
Chaque paquet peut contenir au maximum 510 g de pâtes ; au-delà il déborde.

1. On suppose dans cette question que l'usine a réglé les paramètres de remplissage à $\mu = 500$ et $\sigma = 10$.
   (a) Déterminer $p(X \leqslant 480)$.
   Que peut-on en conclure quant au respect de la législation par cette usine ?
   (b) Déterminer la probabilité qu'un paquet déborde lors de son remplissage.
   (c) Déterminer la proportion de paquets qui respecteront la législation et qui ne déborderont pas.
2. On suppose dans cette question que l'usine a réglé l'écart-type à $\sigma = 15$.
   (a) À combien l'usine devra-t-elle régler l'espérance $\mu$ pour que le nombre de paquets contenant moins de 480 g soit exactement de 1 pour mille ? Justifier.
   (b) Quel sera dans ce cas la proportion de paquets qui déborderont lors de leur remplissage ?
3. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans la notation.*
   À combien l'usine devrait-elle régler les paramètres de remplissage $\mu$ et $\sigma$ pour que nombre de paquets contenant moins de 480 g soit exactement de 1 pour mille et que le nombre de paquets débordant lors de leur remplissage soit exactement de 1 % ? Justifier.
   *On arrondira les calculs intermédiaires et les résultats finaux au dixième.*

---