TES, le 13/12/2018

Devoir de mathématiques n°4

Exercice 1 : *8,5 pts*

Les deux parties sont indépendantes

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone noté CO_2.
En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1) Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8% entre 1990 et 2012. peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà ses engagements ? Justifier la réponse.
2) Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6% par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1 près.

Partie B : Etude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de GES de 2% d'une année sur l'autre et que chaque année, l'implantation de nouvelles entreprises sur le site génère 200 tonnes de GES en équivalent CO_2.
En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle l'année 2005+n.

1) Déterminer u_0 et u_1.
2) Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}98u_n + 0{,}2$.
3) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 10$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1er terme.
   b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 31 \times (0{,}98)^n + 10$.
4) a) Etudier la monotonie de la suite (u_n).
   b) Déterminer la limite de la suite (u_n).
   c) Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
5) A l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2 par rapport à l'année 2005.

a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous :

```
Début algorithme
    U ← 41
    N ← 0
    Tant que ... faire
      Début Tant que
        N ← N+1
        U ← ...
      Fin Tant que
    Afficher N
Fin algorithme
```

b) Qu'affiche cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 : *8,5 pts*
Les deux parties sont indépendantes.

Notations :
Pour tout événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'événement A.
Si A et B sont deux événements, on note $p_{\mathrm{B}}(A)$ la probabilité de A sachant que l'événement B s'est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira si besoin les résultats au millième.

Une agence Pôle emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.
Cette étude montre que :
- 52% des demandeurs d'emploi sont des femmes ;
- 18% des demandeurs d'emploi sont sans expérience professionnelle ;
- Parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, 17,5% sont sans expérience professionnelle.

Partie A
On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :
- S l'événement : « le demandeur d'emploi est sans expérience » ;
- F l'événement : « le demandeur d'emploi est une femme ».

1) Donner $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2) Calculer $p(\overline{F} \cap S)$; interpréter le résultat.
3) Déterminer la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'une femme sans expérience.
4) La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. A-t-on plus de chance que ce soit celle d'un homme ?

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec 5 demandeurs d'emploi de son agence. Pour cela, elle prélève 5 fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emploi de son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de fiches de demandeurs d'emploi sans expérience parmi les 5 fiches prélevées.

1) a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b) Calculer l'espérance de cette loi ; interpréter le résultat.
2) Calculer $p(X \geq 2)$; interpréter le résultat.
3) a) Déterminer la probabilité qu'aucune fiche ne soit celle d'un demandeur d'emploi sans expérience.
   b) En déduire la probabilité qu'au moins une fiche soit celle demandeur d'emploi sans expérience.
   c) Avec combien de demandeurs d'emploi faudrait-il faire le point pour que la probabilité qu'au moins une fiche prélevée soit celle d'un demandeur d'emploi sans expérience soit supérieure à 90%?

<u>Exercice 3 :</u> *3 pts*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse, l'absence de réponse ou plusieurs réponses ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la proposition exacte.

1) A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'événement contraire de B. On sait que $p(A) = 0{,}6$, $p(B) = 0{,}5$ et $p(A \cap B) = 0{,}42$.
Alors on peut affirmer que :
a) $p_A(B) = 0{,}3$ b) $p(A \cup B) = 0{,}58$ c) $p_B(A) = 0{,}84$ d) $p(A \cap \overline{B}) = 0{,}28$

2) A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'événement contraire de B. On sait que $p(A) = 0{,}6$, $p_A(B) = 0{,}3$ et $p_{\overline{A}}(B) = 0{,}2$.
Alors la probabilité de l'événement B est égale à :
a) 0,5 b) 0,18 c) 0,26 d) 0,38

3) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres 10 et 0,6.
Alors la probabilité qui admet pour valeur approchée 0,012 est :
a) $p(X=2)$ b) $p(X\geq 2)$ c) $p(X<2)$ d) $p(X\leq 2)$