Devoir surveillé n° 2

Continuité – Convexité

EXERCICE 2.1 (5 points)**.**
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Il y a une seule réponse correcte parmi les trois propositions.
Cocher la réponse correcte pour chaque question, sachant qu'une réponse correcte rapporte 1 point, l'absence de réponse, les réponses multiples ou une réponse fausse n'apportent ou n'enlèvent aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$. Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}_f$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O. On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$.

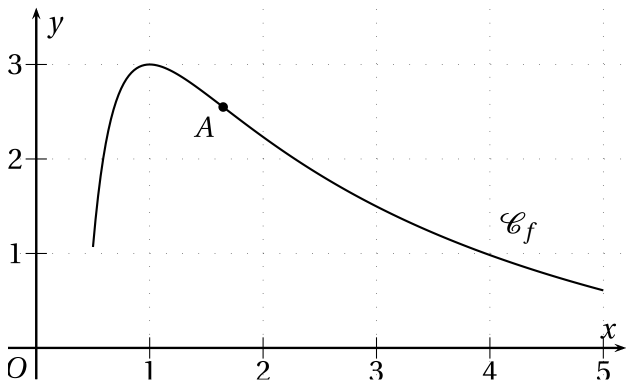
   On rappelle que « positive » signifie « positive ou nulle » et « négative » signifie « négative ou nulle ».

   (a) La fonction f' est :

   - ☐ positive sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$
   - ☐ négative sur l'intervalle $[1\,;\,5]$
   - ☐ négative sur l'intervalle $[0,5\,;\,1]$

   (b) La fonction f' est :

   - ☐ croissante sur l'intervalle $[0,5\,;\,1]$
   - ☐ décroissante sur l'intervalle $[1\,;\,5]$
   - ☐ croissante sur l'intervalle $[2\,;\,5]$



2. Soit g une fonction définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O :

   (a) Le nombre de solutions sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ de l'équation $g'(x) = 0$ est égal à :

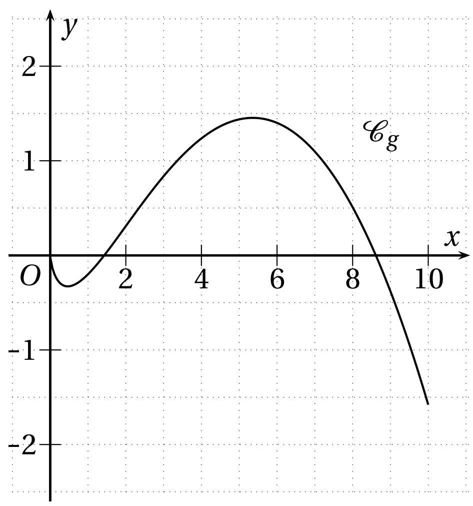
   ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

   (b) Le nombre réel $g'(7)$ est :

   ☐ nul ☐ positif strictement ☐ négatif strictement

   (c) La courbe $\mathscr{C}_g$ admet sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ un nombre de points d'inflexion égal à

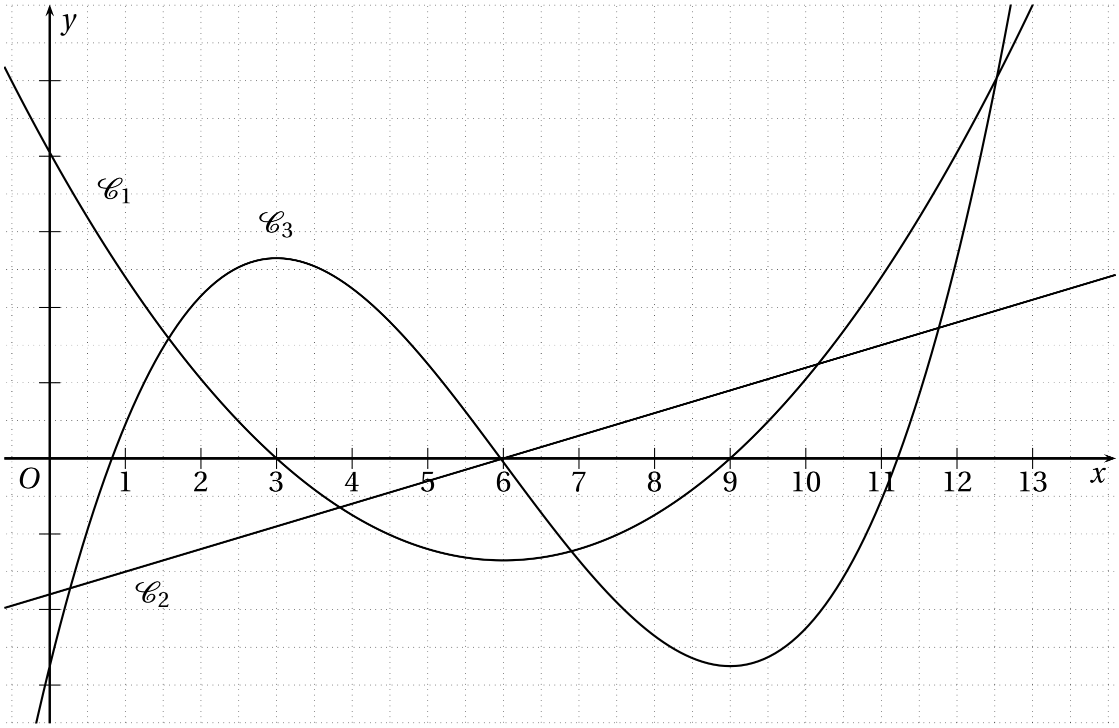
   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2



EXERCICE 2.2 (3 points).

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
Sur la figure ci-dessous sont représentées les courbes de f, fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.

Associer chaque courbe à sa fonction en justifiant à l'aide d'arguments graphiques.



EXERCICE 2.3 (7 points).

Partie A Soit f la fonction définie sur $[-2\,;2]$ par $f : x \longmapsto 2x^3 - 3x^2 - 1$.

1. (a) Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations en y indiquant les valeurs des extremums locaux.
   (b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [-2\,;2]$.
   (c) Déterminer l'arrondi de α au dixième.
   (d) En déduire le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. Étudier, par le calcul, la convexité de f et le nombre de points d'inflexion de sa courbe représentative.

Partie B Soit g la fonction définie sur $[0\,;2]$ par $g : x \longmapsto \frac{1-x}{x^3+1}$.

1. Montrer que, pour tout $x \in [0\,;2]$, $g'(x) = \frac{f(x)}{(x^3+1)^2}$.
2. Déduire de la partie A le signe de $g'(x)$ piuis le tableau des variations de la fonction g.