

Devoir surveillé n° 1

Continuité

EXERCICE 1.1 (5 points).

Le prix du riz à l'exportation a doublé depuis février 2007 pour atteindre un sommet historique en février 2008 avec un prix de 40 centimes par kg, le tout causant des problèmes de nutrition dans les régions du monde les moins riches. La tendance est toutefois à la baisse du prix au kg.

Un fermier se demande s'il est temps de récolter et vendre son riz ou s'il doit attendre pour maximiser ses profits. Il sait que s'il récolte aujourd'hui, il obtiendra 1200 kg de riz, valant 40 centimes le kg. Il sait aussi que pour chaque semaine d'attente, la récolte augmentera de 87 kg mais que, d'après ce qu'il estime, le prix baissera de 2 centimes par kg.

1. Quelques exemples :
 - (a) Calculer la recette qu'il pourrait obtenir en récoltant et vendant aujourd'hui.
 - (b) Calculer la recette qu'il pourrait obtenir en récoltant et vendant dans 2 semaines.
 - (c) Calculer la recette qu'il pourrait obtenir en récoltant et vendant dans 10 semaines.
2. (a) Montrer que la recette R s'exprime en fonction du nombre x d'attente (en semaine) par $R(x) = -174x^2 + 1080x + 48\,000$.
- (b) Déterminer alors quand il devrait effectuer sa récolte pour maximiser sa recette et qu'elle serait cette recette (arrondie au centime d'euro).

EXERCICE 1.2 (4 points).

f est la fonction définie sur $[-3; 5]$ par :

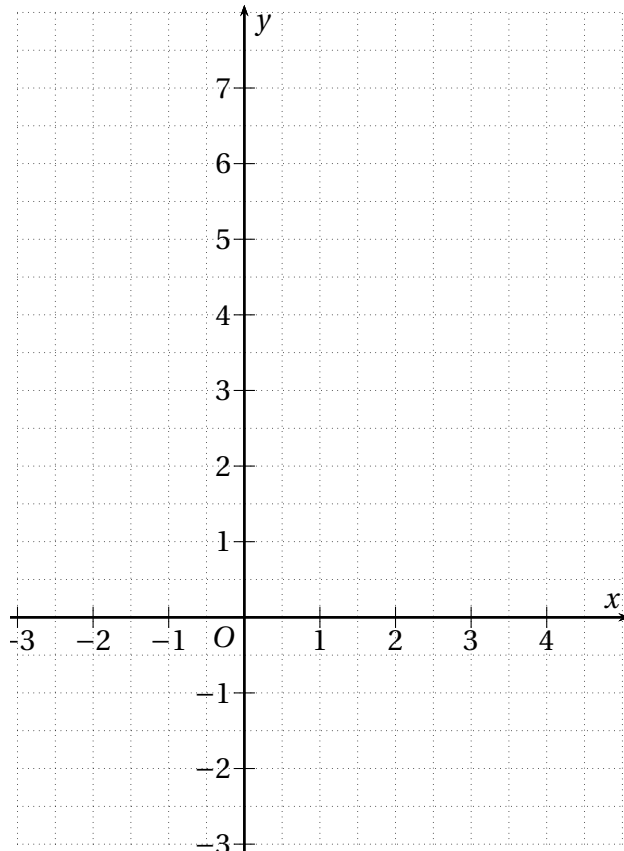
$$f: x \mapsto \begin{cases} x^2 + bx - 1 & \text{si } x \in [-3; 2] \\ x - 3 & \text{si } x \in]2; 5] \end{cases}$$

1. Tracer la représentation graphique de f dans le repère ci-dessous :

- en vert pour $m = \frac{1}{2}$
- en bleu pour $m = 2$

2. Comment choisir m pour que f soit continue sur $[-3; 5]$? *Une justification est attendue.*

Tracer alors la courbe représentative de f en rouge.



EXERCICE 1.3 (6 points).

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x + 3$$

1. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
On indiquera les valeurs approchées au dixième des extremums locaux.
2.
 - (a) À l'aide du tableau, justifier que l'équation $f(x) = 0$ n'a aucune solution sur l'intervalle $] -\infty; -2]$.
 - (b) À l'aide du tableau et d'un éventuel calcul, justifier que l'équation $f(x) = 0$ n'a aucune solution sur l'intervalle $[2; +\infty[$.
 - (c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-2; 2]$.
 - (d) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
 - (e) En déduire le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .