Chapitre 2

Dérivation (rappels) Convexité

Sommaire

2.1 Dérivation (rappels)

2.1.1 Fonctions affines

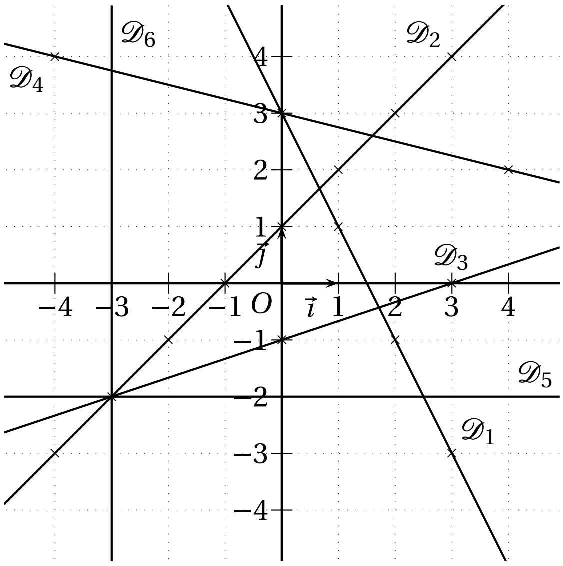
Tracés

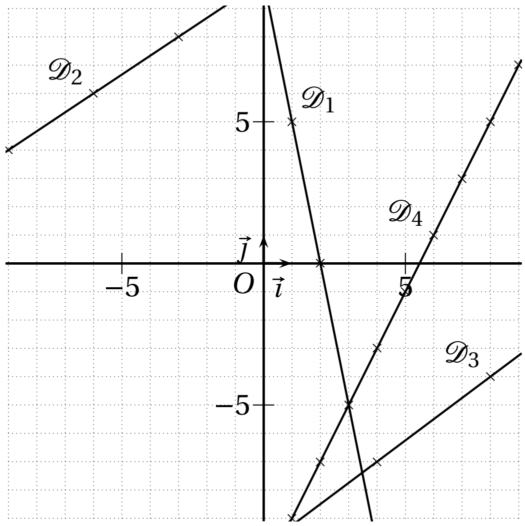
1. Dans un même repère, tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes (définies sur $\mathbb{R}$) :
   - $f_1 : x \longmapsto -\frac{1}{2}x+5$;
   - $f_2 : x \longmapsto 4x-2$;
   - $f_3 : x \longmapsto -3$;
   - $f_4 : x \longmapsto \frac{3}{4}x-4$.
   - $f_5 : x \longmapsto -5x+10$;
   - $f_6 : x \longmapsto 6x-14$.

2. Dans un autre repère, tracer les droites suivantes :
   - $\mathscr{D}_1$ passant par $H(3\,;1)$ et de coefficient directeur -1 ;
   - $\mathscr{D}_2$ passant par $I(-3\,;2)$ et de coefficient directeur $-\frac{1}{4}$;
   - $\mathscr{D}_3$ passant par $K(1\,;0)$ et de coefficient directeur 3 ;
   - $\mathscr{D}_4$ passant par $L(0\,;2)$ et de coefficient directeur $\frac{4}{3}$;
   - $\mathscr{D}_5$ passant par $M(-2\,;2)$ et de coefficient directeur 0 ;

Équations de droites

Déterminer graphiquement les équations réduites des droites représentées sur la figure ci-dessous.

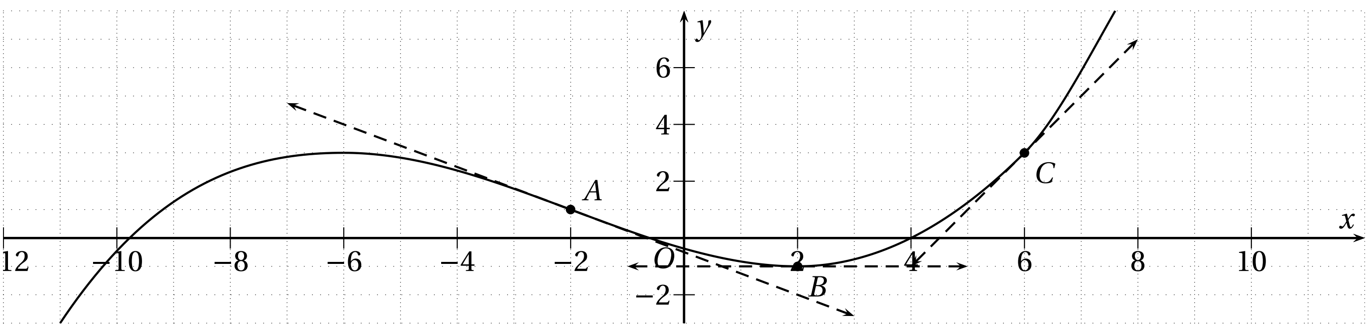




2.1.2 Nombre dérivé

On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f en y indiquant les droites tangentes aux points A, B et C.

1. Donner par lecture graphique $f(-2)$ et $f(6)$
2. Donner par lecture graphique $f'(-2)$, $f'(6)$ et $f'(2)$
3. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.



2.1.3 Fonctions dérivées des fonctions usuelles

Compléter le tableau ci-dessous.

Fonction f	**définie sur**	**Fonction dérivée f'**	**définie sur**
$f : x \longmapsto k$ (constante)	$\mathbb{R}$	$f' : x \longmapsto$	
$f : x \longmapsto mx + p$	$\mathbb{R}$	$f' : x \longmapsto$	
$f : x \longmapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$f' : x \longmapsto$	
$f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$f' : x \longmapsto$	
$f : x \longmapsto \sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+ = [0 ; +\infty[$	$f' : x \longmapsto$	

2.1.4 Opérations algébriques et dérivation

Soient u et v définies et dérivables sur un même intervalle I. Compléter le tableau ci-dessous.

Fonction	**Fonction dérivée**
ku avec $k \in \mathbb{R}$	
$u + v$	
$u \times v$	
$\dfrac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$	
$\dfrac{1}{v}$ avec $v(x) \neq 0$	

2.1.5 Variations et dérivée

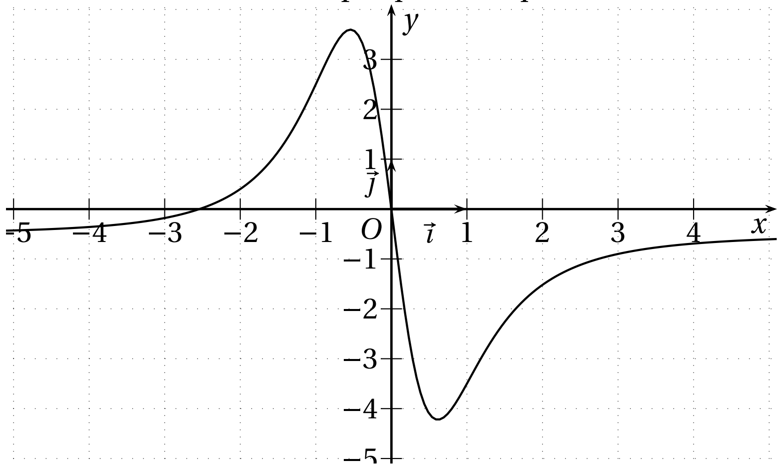
1. Rappeler le lien entre les variations d'une fonction et sa dérivée.
2. La courbe de la figure 2.1 de la présente page est la représentation graphique d'une fonction u définie sur $\mathbb{R}$.

   Par lecture graphique :

   (a) Déterminer le signe de $u(x)$ selon les valeurs de x.

   (b) Déterminer le signe de $u'(x)$ selon les valeurs de x.

FIGURE 2.1: Graphique de la question 2

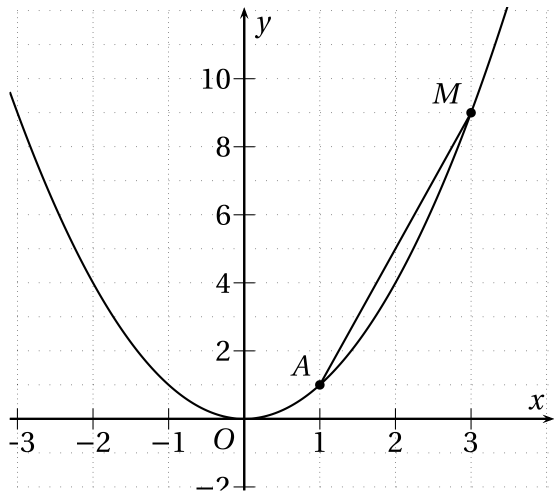


2.2 Convexité

2.2.1 Activités

Activité 2.1 (Cas général)**.**
On considère la fonction $f : x \mapsto x^2$ définie sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (donnée sur la figure ci-contre).
On note A et M les points de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisses respectives 1 et 3.
On veut démontrer que le segment $[AM]$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$.

1. Donner les coordonnées des points A et M.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (AM).
3. Montrer que « (AM) est au-dessus de $\mathscr{C}$ » $\Leftrightarrow$ « $4x-3 \geqslant f(x)$ » $\Leftrightarrow$ « $f(x)-(4x-3) \leqslant 0$ ».
4. Déterminer le signe de $f(x)-(4x-3)$ selon les valeurs de x.
5. Conclure



Définition. Soit une fonction f définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

- Si pour tous points distincts A et B de la courbe $\mathscr{C}$, le segment $[AB]$ est situé au-dessus de $\mathscr{C}$ alors on dit que la fonction f est *convexe* sur I.
- Si pour tous points distincts A et B de la courbe $\mathscr{C}$, le segment $[AB]$ est situé au-dessous de $\mathscr{C}$ alors on dit que la fonction f est *concave* sur I.

Activité 2.2 (Cas d'une fonction dérivable)**.**
On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $\mathbb{R}^*$.
On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
Le travail ci-dessous est à effectuer sur Geogebra.

1. (a) Dans la barre de saisie, entrer la fonction f.
   (b) Par lecture graphique déterminer sur quel intervalle la fonction est convexe et sur quel intervale elle est concave.
2. Créer un point sur la courbe de f.
3. Créer une tangente en A à la courbe de f (quatrième bouton).
4. Déplacer le point A sur la courbe de f, là où f est convexe.
   (a) Que constate-t-on quant aux positions relatives de la tangente et de la courbe ?
   (b) Quelle est la variation du coefficient directeur de la tangente (affiché dans la fenêtre algèbre) lorsque l'abscisse de A augmente ?
   Que peut-on en déduire pour la dérivée de f ?
5. Déplacer le point A sur la courbe de f, là où f est concave.
   (a) Que constate-t-on quant aux positions relatives de la tangente et de la courbe ?
   (b) Quelle est la variation du coefficient directeur de la tangente (affiché dans la fenêtre algèbre) lorsque l'abscisse de A augmente ?
   Que peut-on en déduire pour la dérivée de f ?
6. À l'aide des observations faites aux questions 4 et 5, compléter les propriétés suivantes :

Propriété. *Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I dont la courbe représentative est $\mathscr{C}$. Alors :*

- *« f convexe sur I » ⇔ « $\mathscr{C}$ est ..... de toutes ses tangentes ».*
- *« f concave sur I » ⇔ « $\mathscr{C}$ est ..... de toutes ses tangentes ».*

Propriété. *Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I dont la courbe représentative est $\mathscr{C}$. Alors :*

- *« f convexe sur I » ⇔ « f' est ..... ».*
- *« f concave sur I » ⇔ « f' est ..... ».*

7. Que peut-on dire de la position de la tangente par rapport à la courbe là où la convexité de f change ?

2.2.2 Bilan et compléments

Conformément au programme, sauf mention d'une preuve, les propriétés seront admises.

Convexité d'une fonction f quelconque

Définition 2.1. Soit une fonction f définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

- Si pour tous points distincts A et B de la courbe $\mathscr{C}$, le segment $[AB]$ est situé au-dessus de $\mathscr{C}$ alors on dit que la fonction f est *convexe* sur I.
- Si pour tous points distincts A et B de la courbe $\mathscr{C}$, le segment $[AB]$ est situé au-dessous de $\mathscr{C}$ alors on dit que la fonction f est *concave* sur I.

Convexité d'une fonction f dérivable

Propriété 2.1 (Convexité et tangentes)**.** *Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I dont la courbe représentative est $\mathscr{C}$. Alors :*

- *« f convexe sur I » ⇔ « $\mathscr{C}$ est au-dessus de toutes ses tangentes ».*
- *« f concave sur I » ⇔ « $\mathscr{C}$ est au-dessous de toutes ses tangentes ».*

Propriété 2.2 (Convexité et dérivée)**.** *Soit f une fonction définie et dérivable, de dérivée f', sur un intervalle I et dont la courbe représentative est $\mathscr{C}$. Alors :*

- *« f convexe sur I » ⇔ « f' est croissante ».*
- *« f concave sur I » ⇔ « f' est décroissante ».*

Convexité d'une fonction f deux fois dérivable

Définition 2.2 (Dérivée seconde)**.** Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et telle que sa dérivée f' est elle aussi dérivable, alors la dérivée de f' est appellée *dérivée seconde de f* et notée f''.
On dira alors que f est *deux fois dérivable.*

Propriété 2.3 (Convexité et dérivée seconde)**.** *Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I. Alors :*

- *« f convexe sur I » ⇔ « f'' est positive ».*
- *« f concave sur I » ⇔ « f'' est négative ».*

Preuve. On sait que « f convexe sur I » ⇔ « f' est croissante » or « f' est croissante » ⇔ « f'' est positive ».
De même on sait que « f concave sur I » ⇔ « f' est décroissante » or « f' est décroissante » ⇔ « f'' est négative ». ♢

Point d'inflexion

Définition 2.3 (Point d'inflexion)**.** Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. On appelle *point d'inflexion* tout point M de $\mathscr{C}$ où la tangente à la courbe en M traverse la courbe.

Propriété 2.4 (Convexité et point d'inflexion)**.** *Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative et $M(x_M\,;\,y_M)$ un point d'inflexion.*
Alors la convexité de f change en x_M.

Propriété 2.5 (Point d'inflexion et dérivée seconde)**.** *Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. Alors :*
« $M(x_M\,;\,y_M)$ un point d'inflexion » ⇔ « f'' s'annule et change de signe en x_M ».

Preuve. « $M(x_M\,;\,y_M)$ un point d'inflexion » ⇔ « la convexité de f change » ⇔ « la dérivée f' change de sens de variation » ⇔ « f'' s'annule **et** change de signe en x_M ». ♢

2.3 Exercices et problèmes

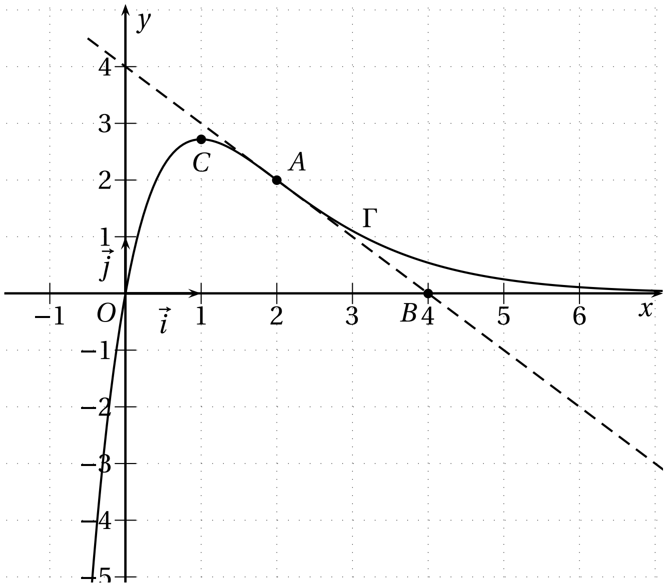
2.3.1 Lectures graphiques

EXERCICE 2.1.
On a représenté, ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La courbe Γ passe par les points $O(0\,;0)$ et $A(2\,;2)$. La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ. La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

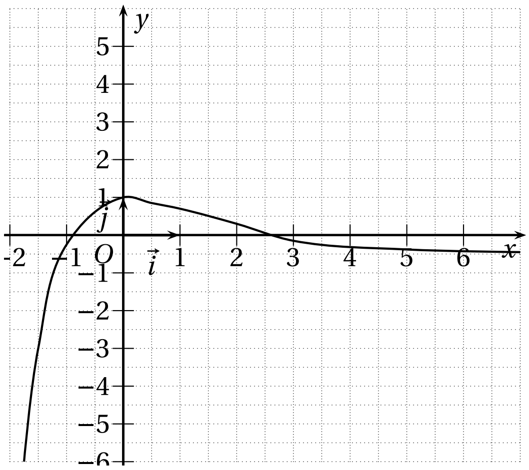
1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$ et $g'(2)$.
2. Une des représentations graphiques page ci-contre, figure 2.2, représente la fonction dérivée g' de g. Déterminer laquelle.
3. Une des représentations graphiques page suivante, figure 2.2, représente une fonction h telle que $h' = g$ sur $\mathbb{R}$. Déterminer laquelle.

Vous justifierez vos choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.

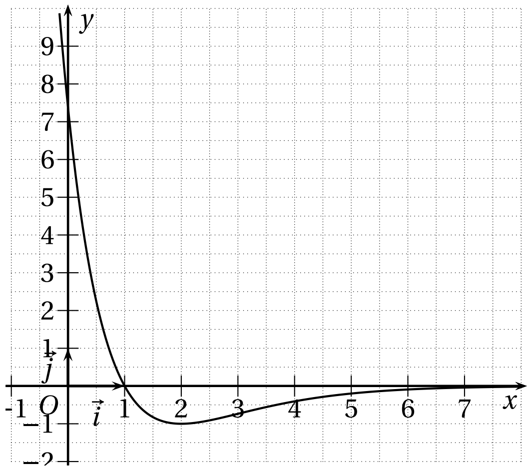
FIGURE 2.2: Courbes de l'exercice 2.1



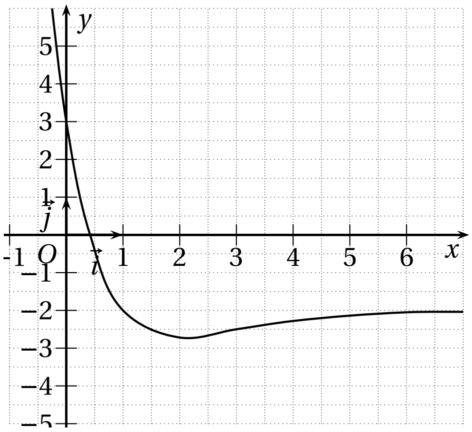
Courbe 1



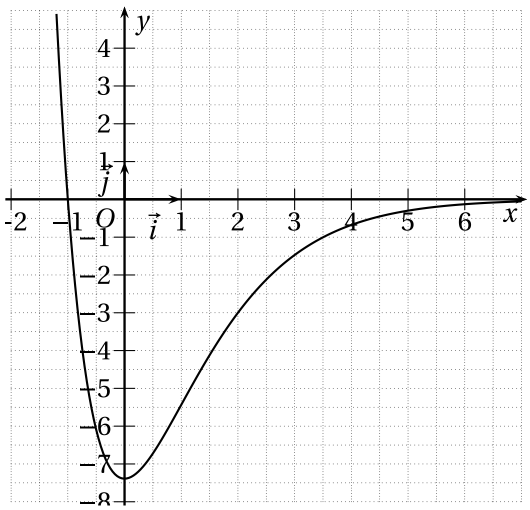
Courbe 2



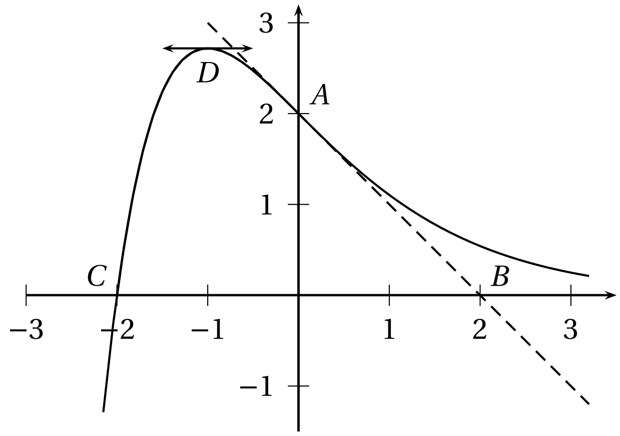
Courbe 3



Courbe 4



EXERCICE 2.2.
On a représenté, ci-dessous la courbe représentative Γ, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie sur ℝ.



La courbe Γ passe par les points $A(0\ ;\ 2)$ et $C(-2\ ;\ 0)$ et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.

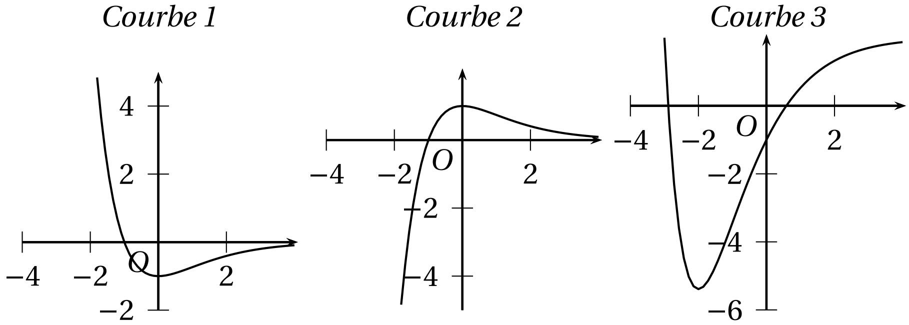
1. Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. Avec la précision permise par le graphique, résoudre les inéquations suivantes :
   - $f(x) > 1$;
   - $f(x) \geqslant 3$;
   - $f(x) \leqslant 2$;
   - $f(x) < 4$.

3. Parmi les trois représentations graphiques 2.3 de la présente page, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une fonction h telle que $h' = f$ sur ℝ. Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction h.

   Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix

FIGURE 2.3: Courbes de l'exercice 2.2



2.3.2 Études de fonctions

EXERCICE 2.3.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par :

$$f : x \longmapsto \frac{x^2-3x+6}{x-1}$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Étudier le sens de variation de f.

3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

4. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

5. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente a pour coefficient directeur -3.

EXERCICE 2.4.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par

$$f : x \longmapsto \frac{x^2+x+4}{x-3}$$

et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Étudier les variations de f et dresser le tableau des variations de f.

3. Déterminer, s'il y en a, les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes de coordonnées.

4. Déterminer, s'il y en a :

   (a) les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

   (b) une équation de T_0, la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

   (c) les abscisses des points de $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$.

5. (a) Dans un repère orthogonal placer les points et représenter les tangentes rencontrés dans les questions précédentes. (*unités graphiques 1 cm = 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm = 2 unités sur l'axe des ordonnées*)

   (b) Tracer $\mathscr{C}$ dans le même repère.

EXERCICE 2.5.
f est la fontion définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par :

$$f : x \longmapsto \frac{x^2 - 11x + 28}{x - 3}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

1. f est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ et on note f' la fonction dérivée de f.

   (a) Justifer que $f' : x \longmapsto \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$.

   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.

   (c) Établir le tableau de variation de la fonction f (on indiquera les extremums locaux de f).

   (d) Soit A le point de la courbe $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est 4 et T la tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$. Déterminer une équation de la droite T.

2. Dans un repère :

   (a) placer les points correspondant aux extremums locaux de f et A;

   (b) tracer T et les tangentes horizontales à la courbe $\mathscr{C}$;

   (c) tracer $\mathscr{C}$.

EXERCICE 2.6.
Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par, respectivement, $f : x \longmapsto -\frac{x^4}{4} + x^3 - 3x^2 + x + 2$ et $g : x \longmapsto -x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

1. Étudier les variations de la fonction g.

2. (a) Calculer $g(0)$ et $g(1)$.

   (b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0; 1]$.

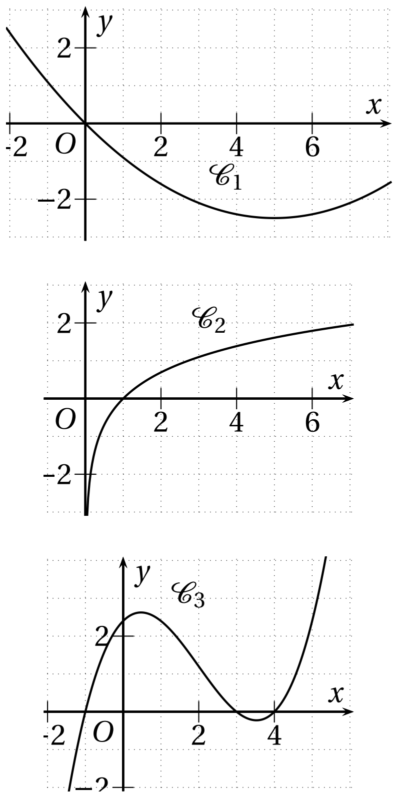
   (c) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

   (d) Déduire de ce qui précède le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

3. Étudier les variations de f.

2.3.3 Convexité

EXERCICE 2.7.
Dans les cas suivants, par lecture graphique, étudier la convexité et l'existence de point(s) d'inflexion des fonctions dont les courbes sont représentées sur la figure ci-dessous.



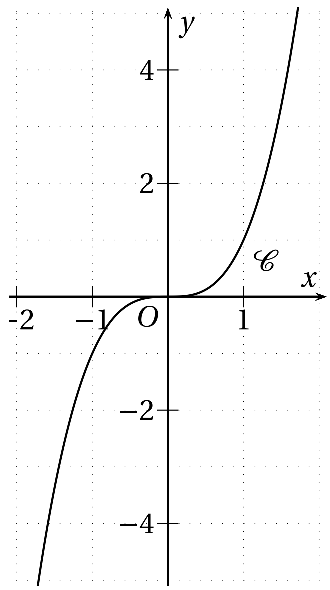
EXERCICE 2.8 (Fonction cube)**.**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto x^3$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (*donnée ci-dessous*).

1. Par lecture graphique, conjecturer la convexité de f.
   L'objectif de cet exercice est de démontrer cette conjecture.

2. (a) Déterminer $f'(x)$.

   (b) Déterminer $f''(x)$ et étudier son signe.

   (c) Étudier alors la convexité de f et l'existence de point(s) d'inflexion.



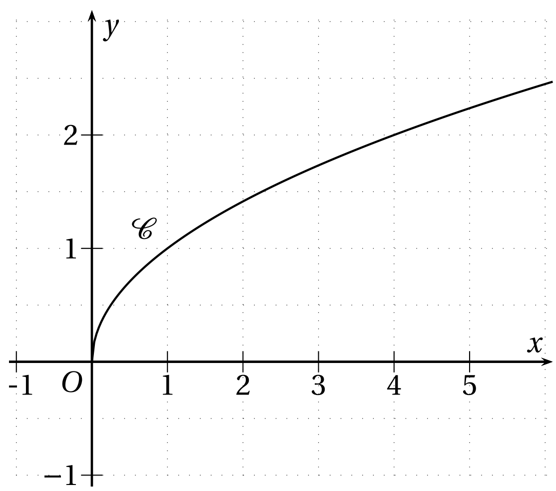
EXERCICE 2.9 (Fonction racine)**.**
Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f : x \longmapsto \sqrt{x}$ et dérivable sur $]0\,;+\infty[$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (*donnée ci-dessous*).

1. Par lecture graphique, conjecturer la convexité de f.
   L'objectif de cet exercice est de démontrer cette conjecture.

2. (a) Déterminer $f'(x)$.

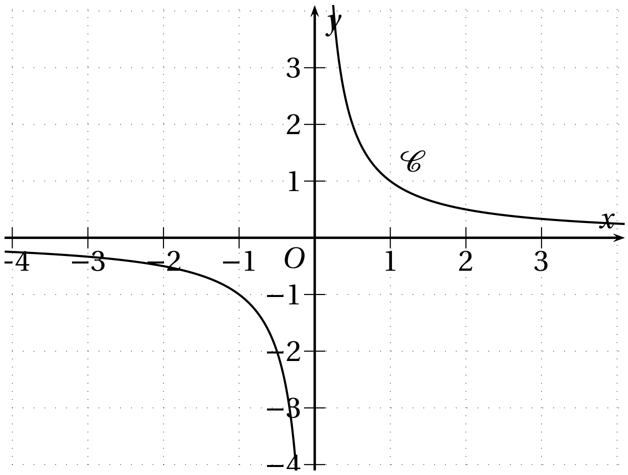
   (b) Déterminer $f''(x)$ et étudier son signe.

   (c) Étudier alors la convexité de f et l'existence de point(s) d'inflexion.

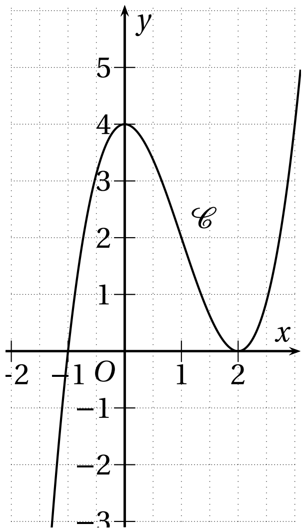


EXERCICE 2.10 (Fonction inverse)**.**
Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ par $f : x \longmapsto \frac{1}{x}$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (*donnée ci-dessous*).

1. Par lecture graphique, conjecturer la convexité de f.
   L'objectif de cet exercice est de démontrer cette conjecture.
2. (a) Déterminer $f'(x)$.
   (b) Déterminer $f''(x)$ et étudier son signe.
   (c) Étudier alors la convexité de f et l'existence de point(s) d'inflexion.

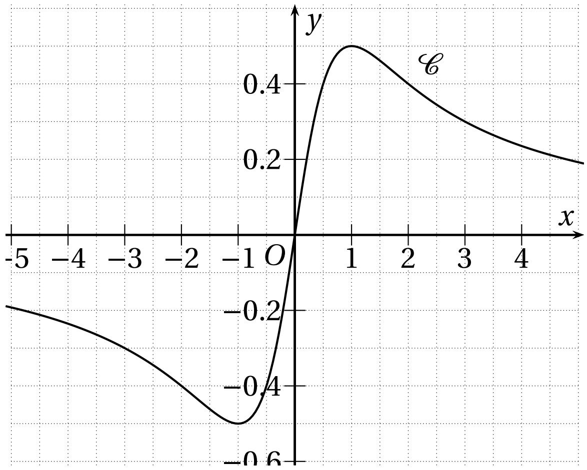


EXERCICE 2.11.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f : $x \longmapsto x^3 - 3x^2 + 4$.
On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative (*donnée sur la figure ci-dessous*).



1. Par lecture graphique, conjecturer la convexité de f et l'existence de point(s) d'inflexion.
2. Vérifier vos conjectures par le calcul.
3. Donner l'équation des tangentes au(x) point(s) d'inflexion et les tracer sur la figure.

EXERCICE 2.12.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f : $x \longmapsto \frac{x}{x^2+1}$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de cette fonction (*donnée sur la figure ci-dessous).*



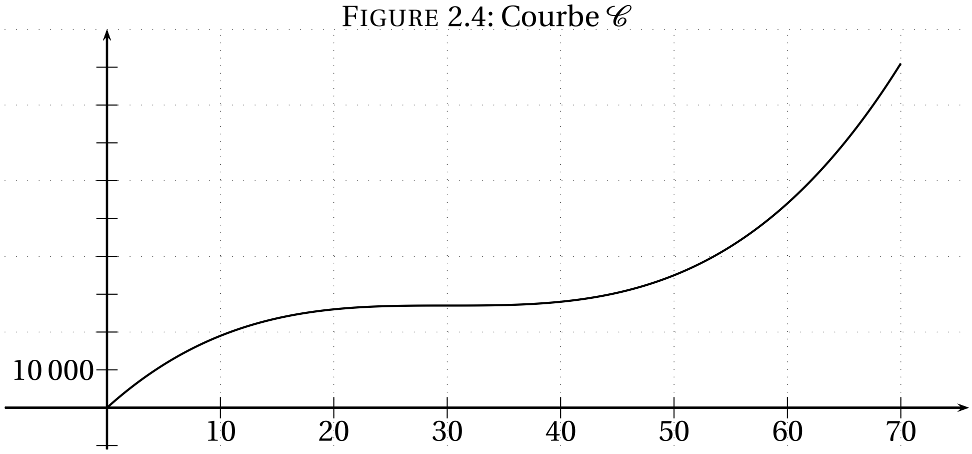
1. Par lecture graphique, étudier la convexité de la fonction f selon les valeurs de x.
2. En déduire l'existence de trois points d'inflexion.
3. Calculer $f'(x)$, la dérivée de f et vérifier que $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$
4. Donner une équation de la tangente T_0 à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. On note $d(x) = x - f(x)$.
   (a) Vérifier que $d(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$
   (b) En déduire le signe de $d(x)$ suivant les valeurs de x.
   (c) En déduire les positions relatives de la tangente T_0 et de la courbe $\mathscr{C}$.
   (d) Que peut-on en déduire pour O (l'origine du repère) ?
6. Un logiciel de calcul formel affiche les données ci-dessous.
   (a) Interpréter cet affichage.
   (b) En déduire que $\mathscr{C}$ admet bien trois points d'inflexion dont on précisera les abscisses.

```
(%i4) deriver((1-x^2)/(x^2+1)^2,x);
                                                  2
                            2 x        4 x (1 - x )
(%o4)                   - --------- - ------------
                            2     2      2     3
                          (x  + 1)     (x  + 1)
(%i5) factoriser(%o4);
                                       2
                              2 x (x  - 3)
(%o5)                         ------------
                                2     3
                              (x  + 1)
```

2.3.4 Problèmes plus ou moins économiques

PROBLÈME 2.1.
Une entreprise fabrique des sacs de luxe en cuir. Chaque jour, elle produit un nombre x de sacs, tel que $0 \leqslant x \leqslant 70$.
Le coût, exprimé en euros, de la production journalière de x sacs est donné par la fonction f définie sur $[0\,;70]$ par $f : x \longmapsto x^3 - 90x^2 + 2700x$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f (*donnée sur la figure 2.4 de la présente page*).

FIGURE 2.4: Courbe $\mathscr{C}$



Partie A. Étude de la fonction f.

1. Étudier le sens de variation de la fonction f.
2. Étudier la convexité de f et montrer qu'elle admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées $(x_I\,;y_I)$.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe en I et représenter cette tangente dans le repère.
4. On appelle *coût marginal* le coût supplémentaire induit par la dernière unité produite et on admet que le coût marginal est sensiblement égal à la dérivée du coût par rapport à la quantité produite.
   Montrer que le coût marginal C_m est minimum en x_I.

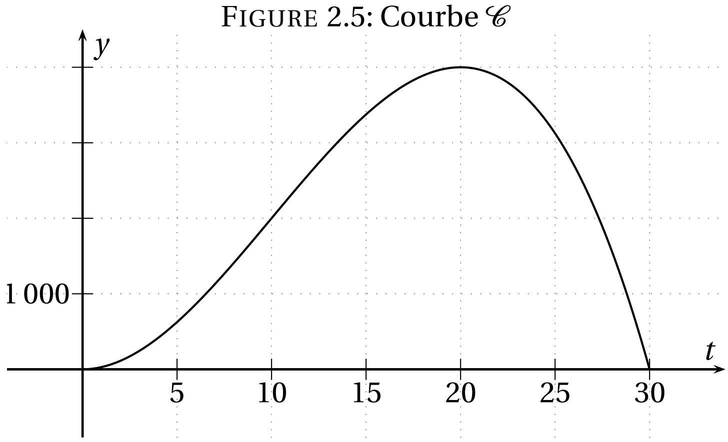
Partie B. Étude du bénéfice.
On suppose que tout la production est vendue au prix de 900 euros l'unités. On note $g(x)$ la recette journalière.

1. Déterminer l'expression de $g(x)$.
2. Tracer sur la figure 2.4 page ci-contre la courbe Γ représentant la fonction g.
3. Déterminer graphiquement le nombre de sacs que doit fabriquer l'entreprise pour réaliser un bénéfice positif.
4. On appelle h la fonction donnant le bénéfice de l'entreprise.
   (a) Déterminer une expression de $h(x)$.
   (b) Étudier les variations de h et dresser son tableau de variations en indiquant les extremums.
   (c) En déduire le nombre de solutions de l'équation $h(x) = 0$ puis la résoudre.
   (d) Déterminer le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x.
   (e) Conclure.

PROBLÈME 2.2.
Une épidémie a frappé les habitants d'une ville.

Partie A. Lectures graphiques.
La courbe $\mathscr{C}$, donnée sur la figure 2.5 de la présente page, représente le nombre de personnes malades en fonction de temps t, exprimé en jour depuis le début de la maladie.

FIGURE 2.5: Courbe $\mathscr{C}$



1. Donner les jours où il y a eu 2 000 malades.
2. Donner le jour où le nombre de malades est maximal ainsi que ce maximum.
3. Estimer le jour où la vitesse de propagation de la maladie est la plus grande.

Partie B. Étude théorique.
Le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jour, peut-être modélisé par la fonction f, définie sur l'intervalle $[0;30]$, par $f : t \longmapsto -t^3 + 30t^2$.
La vitesse de propagation de la maladie au jour t est assimilée au nombre dérivé $f'(t)$.

1. Étudier les variations de la fonction f.

2. Déterminer le nombre de solutions sur $[0\,;30]$ de l'équation $f(t) = 2\,000$.
3. Un logiciel de calcul formel affiche ceci :

```
(%i1) factoriser(-x^3+30*x^2-2000);
                                          2
(%o1)                    - (x - 10) (x  - 20 x - 200)
```

   (a) Interpréter cet affichage.

   (b) En déduire les valeurs exactes des solutions de l'équation $f(t) = 2\,000$ pour $t \in [0\,;30]$

4. (a) Calculer la dérivée seconde $f''(t)$.

   (b) Étudier le sens de variation de la dérivée f'.
   En déduire la convexité de la fonction f et en donner une interprétation.

   (c) Démontrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion. En donner une signification concrète.

   (d) Calculer la vitesse de propagation de la maladie le dixième jour.