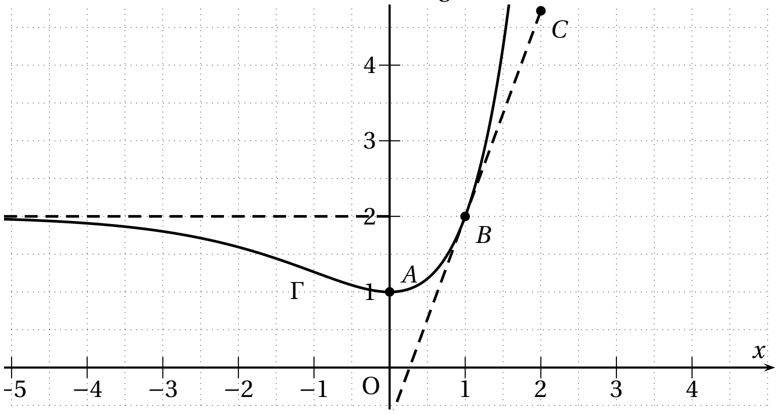
Sujet 1

Vous traiterez deux des trois questions suivantes au choix.
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée.
On note e le nombre tel que $\ln(\mathrm{e}) = 1$.
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal est tracée sur la figure 1 de la présente page.
On sait par ailleurs que :

- la courbe Γ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $A(0\,;\,1)$;
- la droite (BC) est la tangente à la courbe Γ au point $B(1\,;\,2)$, C étant le point de coordonnées $(2\,;\,2+\mathrm{e})$;
- la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$ et croissante sur $[0\,;\,+\infty[$;
- la courbe Γ admet, en $-\infty$, une asymptote d'équation $y = 2$;
- la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.

FIGURE 1 – Figure



1. Déterminer :
   (a) les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$;
   (b) le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x ;
   (c) le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ pour $x \in \mathbb{R}$.
   Déterminer les valeurs exactes de $g(0)$, $g(1)$, $g'(0)$ et $g'(1)$.

Question 2 Les places d'une salle de cinéma sont toutes occupées. Le film proposé est une rediffusion d'une comédie à grand succès.
À la fin de la projection, on interroge au hasard une personne sortant de la salle.
On appelle V l'événement : « la personne interrogée avait déjà vu le film avant cette projection ».
On donne : la probabilité que l'événement V soit réalisé est égale à $0,345$.

1. On interroge au hasard et successivement trois personnes sortant de la salle. On suppose que le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection ?
2. À la fin de l'année, une étude nationale a été réalisée sur le nombre de fois qu'un spectateur sortant de la salle est allé voir ce film. Le tableau ci-dessous, pour lequel il manque une valeur notée q représente la loi de probabilité du nombre de fois que le spectateur est allé voir ce film.

Nombre de fois	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,55	0,15	0,15	0,05	q	0,05

   (a) Déterminer q.
   (b) En déduire l'espérance mathématique, arrondie à l'unité de cette loi de probabilité et interpréter le résultat obtenu.

Question 3 Un banquier propose à son client un placement au taux annuel de 3,5 % sur 10 ans. On note S la somme obtenue par ce client au bout de 10 ans, s'il souscrit ce placement.

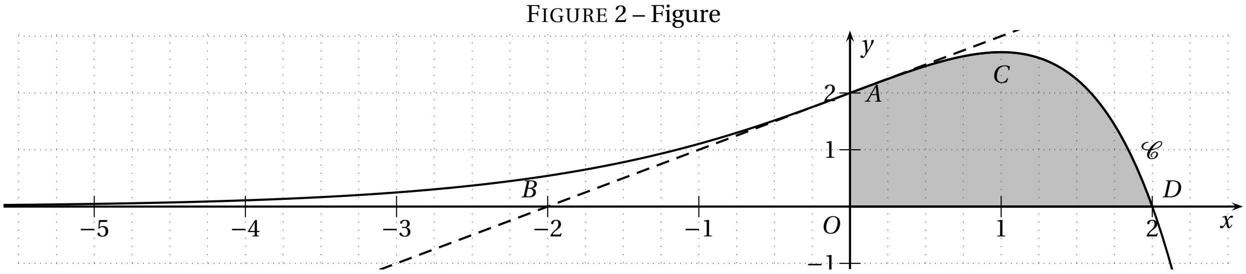
1. Quel taux le client doit-il négocier avec son banquier pour obtenir au moins la même somme S en 7 ans et demi ?
2. Quelques mois plus tard, le placement proposé par le banquier est au taux de 2,5 %.
   Pendant combien de temps le client devra-t-il placer le même capital pour obtenir la même somme ?

Sujet 2

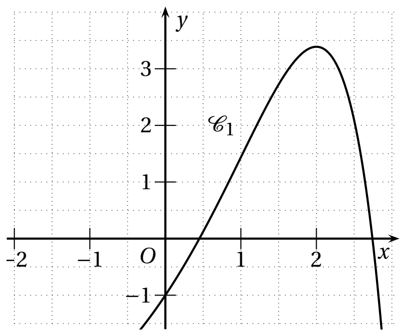
Vous traiterez deux des trois questions suivantes au choix.
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

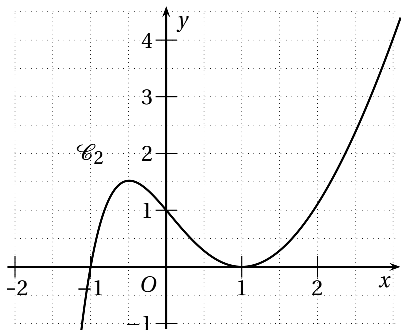
Question 1 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ relativement à un repère orthogonal (1 unité = 2 cm sur l'axe des abscisses ; 1 unité = 0,75 cm sur l'axe des ordonnées) est donnée sur la figure ci-dessous.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $A(0; 2)$ et $D(2; 0)$. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en A passe par le point $B(-2; 0)$ et la tangente à la courbe en C, d'abscisse 1, est horizontale. L'axe des abscisses est asymptote à la courbe en $-\infty$.
Le domaine grisé $\mathscr{D}$ est délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

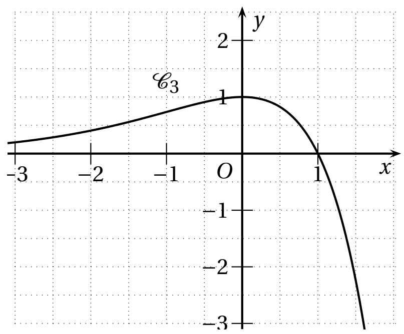
FIGURE 2 – Figure



1. Avec les informations fournies par l'énoncé, déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. L'une des trois courbes ci-dessous est celle de f', fonction dérivée de f. Déterminer laquelle en justifiant votre choix.
3. L'une des trois courbes ci-dessous est celle de F, une primitive de f.
   (a) Déterminer laquelle en justifiant votre choix.
   (b) En déduire l'aire du domaine $\mathscr{D}$, en cm^2.







Question 2 On suppose que, pour tous les jours de septembre, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{17}{24}$.

1. Sur une période de 4 jours de septembre, quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois ? *On arrondira le résultat à* 10^{-3} *près.*
2. Combien de jours dans le mois de septembre, l'employeur de Monsieur X peut-il espérer le voir arriver à l'heure ?

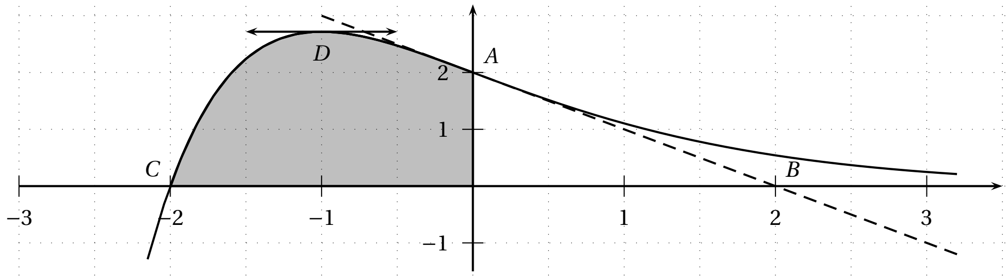
Question 3 Les deux questions sont indépendantes. Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30 % en cinq ans.

1. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.
   Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89 %.
2. La première année cet impôt baisse de 5 %, la deuxième année la baisse est de 1 % et la troisième année de 3 %.
   (a) Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?
   (b) Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années ?

Sujet 3

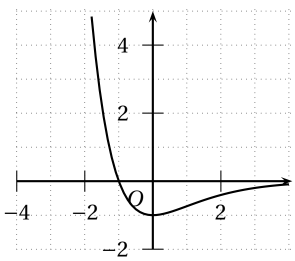
Vous traiterez deux des trois questions suivantes au choix.
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

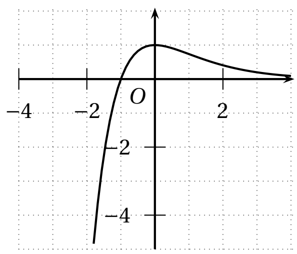
Question 1 On a représenté ci-dessous la courbe représentative Γ, dans un repère orthogonal (1 unité = 2 cm sur l'axe des abscisses ; 1 unité = 0,75 cm sur l'axe des ordonnées), d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points $A(0\ 2)$ et $C(-2\,;\,0)$ et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses. Le domaine grisé $\mathscr{D}$ est délimité par les axes de coordonnées et par la courbe Γ.

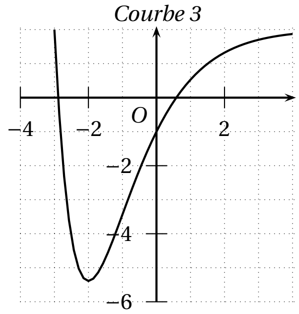


1. Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.
2. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f. Déterminer laquelle en expliquant avec soin les raisons de votre choix.
3. (a) Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente une primitive F de f sur $\mathbb{R}$. Déterminer laquelle en expliquant avec soin les raisons de votre choix.
   (b) Déterminer alors l'aire du domaine grisé $\mathscr{D}$ en cm^2.

Courbe 1 *Courbe 2* *Courbe 3*







Question 2 Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

1. Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
   On appelle X le nombre de paniers marqués.
   (a) Montrer que $P(X=0)=0,0256$ et interpréter le résultat.
   (b) Calculer $P(X \geqslant 1)$ et interpréter le résultat.
   (c) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.
2. Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu'il marque au moins un panier soit supérieure à 0,999 ? Dans ce cas combien peut-il espérer marquer de paniers ?
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Question 3 *On rappelle que :*

- *la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par la formule*

$$\textit{Somme} = \frac{(\textit{premier terme} + \textit{dernier terme}) \times \textit{nombre de termes}}{2}$$

- *la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique est donnée par la formule*

$$\textit{Somme} = \textit{premier terme} \times \frac{1-q^{\textit{nombre de termes}}}{1-q} \quad \textit{où } q \textit{ est la raison de la suite}$$

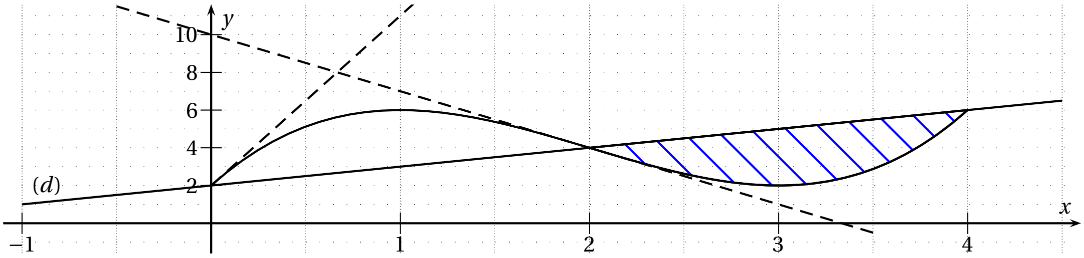
Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose le contrat suivant : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 8 € par mois jusqu'à la fin du contrat.
On appelle u_n le montant du loyer de rang n pour n variant de 0 à 35. On a donc $u_0 = 300$.

1. Déterminer u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer le loyer du dernier mois.
4. Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.

Sujet 4

Vous traiterez deux des trois questions suivantes au choix.
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 On considère une fonction f définie et dérivable sur $I = [0\,;4]$; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal (1 unité = 2,5 cm sur l'axe des abscisses ; 1 unité = 0,25 cm sur l'axe des ordonnées).
On note f' la fonction dérivée de f.
Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x+2$.
Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Déterminer :

   (a) $f(0)$ et $f'(0)$; (b) $f(1)$ et $f'(1)$; (c) $f(2)$ et $f'(2)$;

2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques :

   (a) $0 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 1$ (b) $1 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 6$ (c) $6 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

3. On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.
   Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine hachuré.

Question 2 Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat. Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin :

- 90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10 % achètent un salon.
- Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon.

Une personne entre dans le magasin. On note :

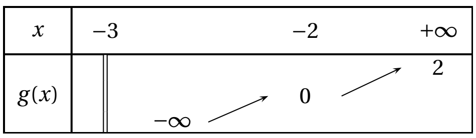
- B l'événement « la personne a un bon publicitaire ».
- $\overline{\text{B}}$ l'événement « la personne n'a pas de bon publicitaire ».
- S l'événement « la personne achète un salon ».
- $\overline{\text{S}}$ l'événement contraire de S.

1. Dessiner un arbre pondéré représentant la situation.
2. Compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Probabilité				

3. Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15 € au magasin. Un salon vendu rapporte 500 € au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.
   Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant.

Question 3 On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$

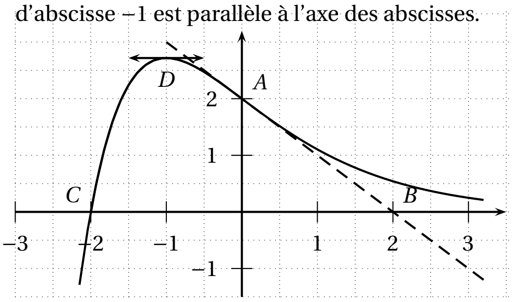


1. On note f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$ par : $f(x) = \ln[g(x)]$.
   (a) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
   (b) Déterminer la limite de f en (-2) et la limite de f en $+\infty$, puis donner le tableau de variations de f.
2. Soit G la primitive de la fonction g sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$ qui est telle que : $G(-2) = 0$.
   Démontrer que la fonction G admet un minimum en (-2).

Sujet 5

Vous traiterez deux des trois questions suivantes au choix. Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes. L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

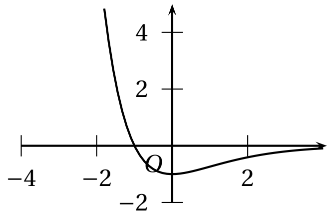
Question 1 On a représenté ci-contre la courbe représentative Γ, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points $A(0\,;\,2)$ et $C(-2\,;\,0)$ et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.



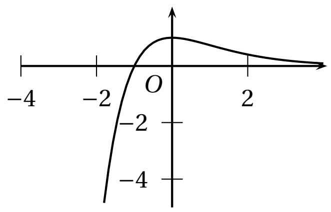
1. Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.
2. Avec la précision permise par le graphique, résoudre les inéquations suivantes :
   - $f(x) > 1$;
   - $f(x) \leqslant 2$;
   - $f(x) \geqslant 3$;
   - $f(x) < 4$.
3. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de la fonction f. Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.

   Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix

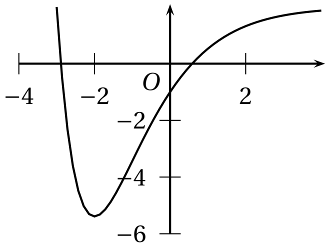
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Question 2 Lors d'un examen, Julien doit répondre à un Q.C.M.

À chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Pour chaque question, soit il connaît la réponse et répond de façon exacte, soit il ne la connaît pas et, dans ce cas, bien qu'il ait la possibilité de ne pas répondre, il préfère tenter sa chance et répond au hasard il a alors une chance sur trois que sa réponse soit exacte. On suppose, de plus, que la probabilité que Julien connaisse la réponse à une question donnée est égale à $\frac{1}{2}$.

On note :

- C l'évènement « Julien connaît la réponse »,
- E l'évènement « la réponse est exacte ».

1. (a) Julien répond à une question du Q.C.M. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

   (b) Démontrer que : $p(\mathrm{E}) = \frac{2}{3}$.
2. Le Q.C.M. est composé de trois questions indépendantes. Il est noté sur 3 points. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0. Soit X la note obtenue par Julien à ce Q.C.M.

   (a) Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra s'aider d'un arbre. Les résultats seront donnés sous forme de fractions.

   (b) Quelle est la probabilité que Julien ait au moins 1,5 point à ce Q.C.M. ?

   (c) En supposant que tous les élèves se comportent comme Julien, quelle moyenne, arrondie au centième, peut-on attendre à ce Q.C.M. ?

Question 3 *On rappelle que :*

- *la somme S des termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par la formule* $S = \frac{(\text{premier terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes}}{2}$
- *la somme S des termes consécutifs d'une suite géométrique est donnée par la formule* $S = \text{premier terme} \times \frac{1-q^{\text{nombre de termes}}}{1-q}$ *où q est la raison de la suite*

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose le contrat suivant : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On appelle u_n le montant du loyer de rang n pour n variant de 0 à 35. On a donc $u_0 = 300$.

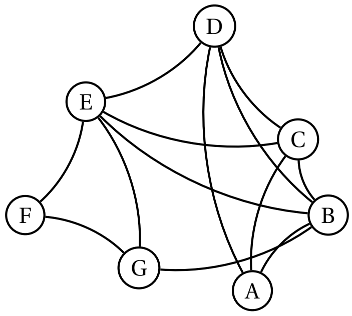
1. Déterminer u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer le loyer du dernier mois.
4. Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.

Sujet 1 (spécialité)

Vous traiterez ***la question de spécialité*** *et* ***une des deux questions d'obligatoire*** *suivantes au choix.*
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

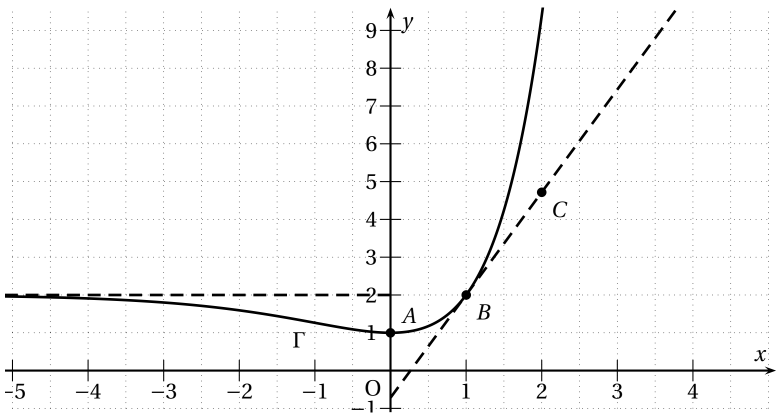
Question 1 (spécialité) Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G. Cela conduit au graphe $\mathscr{G}$ suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. (a) Le graphe $\mathscr{G}$ est-il complet ? Quel est l'ordre de $\mathscr{G}$?
   (b) Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?
   (c) Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.
2. Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.
   (a) i. Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?
   ii. Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2 ?
   (b) i. Proposer un coloriage adapté à cette condition.
   ii. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de $\mathscr{G}$?
   (c) Conclure.

Question 2 (obligatoire) Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée.
On note e le nombre tel que $\ln(\mathrm{e}) = 1$.
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal est tracée sur la figure ci-contre.
On sait par ailleurs que :

- la courbe Γ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $A(0;\,1)$;
- la droite (BC) est la tangente à la courbe Γ au point $B(1;\,2)$, C étant le point de coordonnées $(2;\,2+\mathrm{e})$;
- la fonction f est décroissante sur $]-\infty;\,0]$ et croissante sur $[0;\,+\infty[$;
- la courbe Γ admet, en $-\infty$, une asymptote d'équation $y = 2$;
- la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.



1. Déterminer :
   (a) les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$;
   (b) le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x ;
   (c) le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ pour $x \in \mathbb{R}$.
   Déterminer les valeurs exactes de $g(0)$, $g(1)$, $g'(0)$ et $g'(1)$.

Question 3 (obligatoire) Un banquier propose à son client un placement au taux annuel de 3,5 % sur 10 ans. On note S la somme obtenue par ce client au bout de 10 ans, s'il souscrit ce placement.

1. Quel taux le client doit-il négocier avec son banquier pour obtenir au moins la même somme S en 7 ans et demi ?
2. Quelques mois plus tard, le placement proposé par le banquier est au taux de 2,5 %.
   Pendant combien de temps le client devra-t-il placer le même capital pour obtenir la même somme ?

Sujet 2 (spécialité)

*Vous traiterez **la question de spécialité** et **une des deux questions d'obligatoire** suivantes au choix.*
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 (spécialité) Un fournisseur fait une étude sur la fidélité de sa clientèle depuis l'année $n = 0$, où il y a eu 200 clients.
Chaque année, sa clientèle est composée de 50 % des clients de l'année précédente auxquels s'ajoutent 400 nouveaux clients.

1. Soit u_n le nombre de clients l'année n.
   Justifier que $u_{n+1} = 0,5u_n + 400$, puis calculer u_1 et u_2.
2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 800$.
   (a) Vérifier que $v_{n+1} = 0,5v_n$.
   (b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
   (c) En déduire l'expression de v_n, puis celle de u_n, en fonction de n.
   (d) Étudier la limite de la suite (u_n).
   Que peut on en déduire concernant le nombre de clients du fournisseur ?

Question 2 (obligatoire) On suppose que, pour tous les jours de septembre, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{17}{24}$.

1. Sur une période de 4 jours de septembre, quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois ? *On arrondira le résultat à* 10^{-3} *près.*
2. Combien de jours dans le mois de septembre, l'employeur de Monsieur X peut-il espérer le voir arriver à l'heure ?

Question 3 (obligatoire) Les deux questions sont indépendantes. Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30 % en cinq ans.

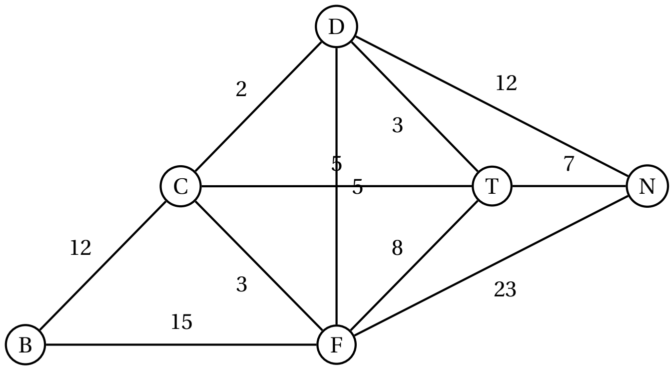
1. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.
   Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89 %.
2. La première année cet impôt baisse de 5 %, la deuxième année la baisse est de 1 % et la troisième année de 3 %.
   (a) Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?
   (b) Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années ?

Sujet 3 (spécialité)

*Vous traiterez **la question de spécialité** et **une des deux questions d'obligatoire** suivantes au choix.*
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 (spécialité) Deux groupes d'amis organisent une randonnée dans les Alpes.

On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arète entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets. Les distances en kilomètres entre chaque sommet sont indiquées sur les arètes.



1. Le premier groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.
   Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.
2. Le second groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N.
   Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier votre réponse.

Question 2 (obligatoire) Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

1. Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
   On appelle X le nombre de paniers marqués.
   (a) Montrer que $P(X=0)=0,0256$ et interpréter le résultat.
   (b) Calculer $P(X \geqslant 1)$ et interpréter le résultat.
   (c) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.
2. Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu'il marque au moins un panier soit supérieure à 0,999 ? Dans ce cas combien peut-il espérer marquer de paniers ?
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Question 3 (obligatoire) *On rappelle que :*

- *la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par la formule*

$$Somme = \frac{(premier\ terme\ +\ dernier\ terme) \times nombre\ de\ termes}{2}$$

- *la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique est donnée par la formule*

$$Somme = premier\ terme \times \frac{1-q^{nombre\ de\ termes}}{1-q} \quad où\ q\ est\ la\ raison\ de\ la\ suite$$

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose le contrat suivant : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 8 € par mois jusqu'à la fin du contrat.

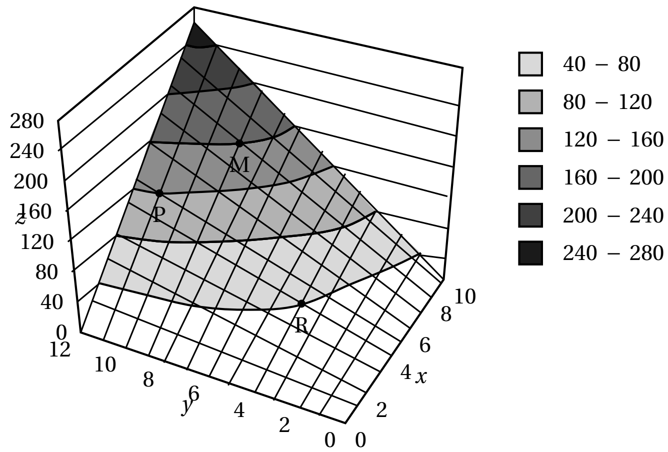
On appelle u_n le montant du loyer de rang n pour n variant de 0 à 35. On a donc $u_0 = 300$.

1. Déterminer u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer le loyer du dernier mois.
4. Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.

Sujet 4 (spécialité)

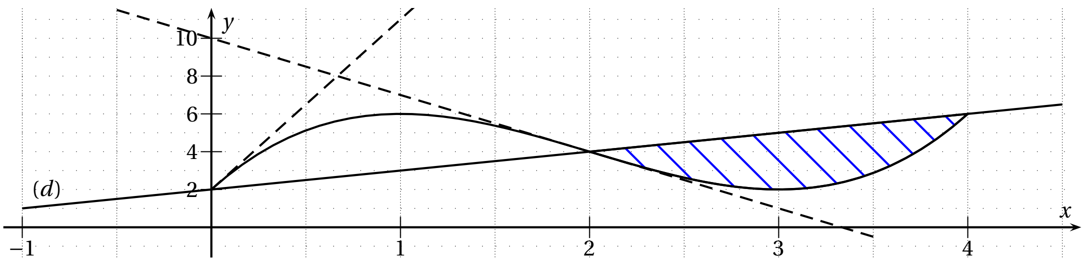
Vous traiterez ***la question de spécialité*** *et* ***une des deux questions d'obligatoire*** *suivantes au choix.*
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 (spécialité) Soit f la fonction définie pour tout réel x élément de $[0\,;\,10]$ et pour tout réel y élément de $[0\,;\,12]$ par : $f(x\,;\,y) = 2x(y+1)$.
On donne ci-contre la représentation graphique de la surface $z = f(x\,;\,y)$ dans un repère $\left(\mathrm{O}\,;\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
Pour financer un projet humanitaire, les adhérents d'une association décident de fabriquer des cartes de voeux.
Pour produire une quantité z de paquets de cartes, ils utilisent x décilitres d'encre A et y décilitres d'encre B. On admet que x, y et z sont liés par la relation $z = 2x(y+1)$ où x est un nombre entier compris entre 0 et 10, et y un nombre entier compris entre 0 et 12.
Dans tout l'exercice, les quantités d'encre seront exprimées en décilitres.



1. (a) Combien de paquets de cartes peut-on fabriquer avec 7 décilitres d'encre A et 8 décilitres d'encre B ?
   (b) Donner la quantité d'encre A, la quantité d'encre B, et le nombre de paquets de cartes associés respectivement aux points M, P et R à coordonnées entières, de la surface donnée ci-dessous.
2. Quelle est la nature de la ligne de niveau $x = 4$? Justifier la réponse.
3. Le prix d'un décilitre d'encre A est 6 € et celui d'un décilitre d'encre B est 2 €.
   L'association décide d'investir 46 € dans l'achat des encres. On a donc la relation suivante : $6x + 2y = 46$.
   (a) Montrer alors que $z = -6x^2 + 48x$.
   (b) Quelle quantité d'encre A l'association achètera-t-elle pour fabriquer le maximum de paquets de cartes ?
   Combien de paquets de cartes seront alors fabriqués ?
   Quelle quantité d'encre B sera alors utilisée ?

Question 2 (obligatoire) On considère une fonction f définie et dérivable sur $I = [0\,;\,4]$; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal (1 unité = 2,5 cm sur l'axe des abscisses ; 1 unité = 0,25 cm sur l'axe des ordonnées).
On note f' la fonction dérivée de f.
Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$.
Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Déterminer :
   (a) $f(0)$ et $f'(0)$;
   (b) $f(1)$ et $f'(1)$;
   (c) $f(2)$ et $f'(2)$;
2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques :
   (a) $0 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 1$
   (b) $1 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 6$
   (c) $6 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$
3. On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.
   Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine hachuré.

Question 3 (obligatoire) On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$

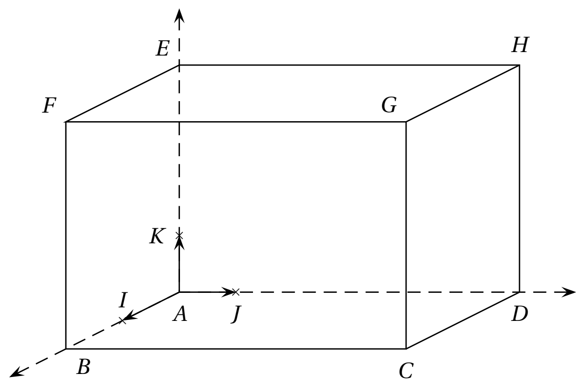
x	-3			-2		$+\infty$
$g(x)$	$\Vert$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2

1. On note f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \ln[g(x)]$.
   (a) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$.
   (b) Déterminer la limite de f en (-2) et la limite de f en $+\infty$, puis donner le tableau de variations de f.
2. Soit G la primitive de la fonction g sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$ qui est telle que : $G(-2) = 0$.
   Démontrer que la fonction G admet un minimum en (-2).

Sujet 5 (spécialité)

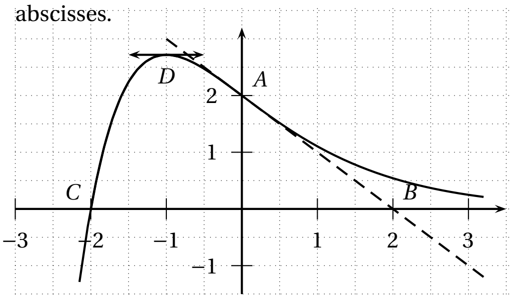
*Vous traiterez **la question de spécialité** et **une des deux questions d'obligatoire** suivantes au choix.*
Durée de préparation : 20 minutes. Entretien : 20 minutes.
L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.

Question 1 (spécialité) L'espace est rapporté à un repère orthonormal $\left(A\,;\,\overrightarrow{AI}\,;\,\overrightarrow{AJ}\,;\,\overrightarrow{AK}\right)$. Le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ est tel que $B(2\,;0\,;0)$, $D(0\,;6\,;0)$, $E(0\,;0\,;4)$. Les points L et M sont les milieux respectifs des segments $[EF]$ et $[FB]$



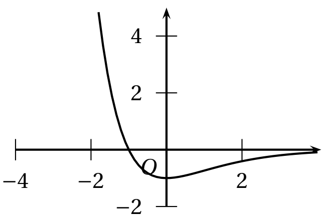
1. Placer les points L et M sur la figure ci-contre.
   Donner (sans justification) les coordonnées des points A, C, F, G et H, puis vérifier par le calcul que les points L et M ont respectivement pour coordonnées $(1\,;0\,;4)$ et $(2\,;0\,;2)$.
2. Soit $\mathscr{P}_1$ le plan d'équation : $y = 0$ et $\mathscr{P}_2$ le plan d'équation : $2x + z = 6$.
   (a) Montrer que $\mathscr{P}_l$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas parallèles.
   (b) Soit Δ l'intersection des deux plans $\mathscr{P}_l$ et $\mathscr{P}_2$.
   Montrer que Δ est la droite (ML).
   (c) Justifier que le plan $\mathscr{P}_2$ est parallèle à l'axe $\left(A\,;\,\overrightarrow{AJ}\right)$.

Question 2 (obligatoire) On a représenté ci-contre la courbe représentative Γ, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points $A(0\ ;\ 2)$ et $C(-2\ ;\ 0)$ et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.

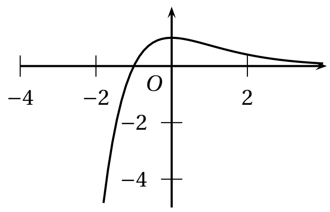


1. Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.
2. Avec la précision permise par le graphique, résoudre les inéquations suivantes :
   - $f(x) > 1$;
   - $f(x) \geqslant 3$;
   - $f(x) \leqslant 2$;
   - $f(x) < 4$.
3. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de la fonction f. Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.
   Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix

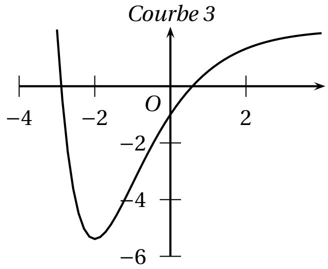
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Question 3 (obligatoire) *On rappelle que :*

- *la somme S des termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par la formule* $S = \dfrac{(\text{premier terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes}}{2}$
- *la somme S des termes consécutifs d'une suite géométrique est donnée par la formule* $S = \text{premier terme} \times \dfrac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$ *où q est la raison de la suite*

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose le contrat suivant : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On appelle u_n le montant du loyer de rang n pour n variant de 0 à 35. On a donc $u_0 = 300$.

1. Déterminer u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer le loyer du dernier mois.
4. Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.