BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
Hiver 2 009

Épreuve :
MATHÉMATIQUES
Sujet pour les élèves de TES2

Série
SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

Spécialités :

Sciences économiques et sociales (coefficient : 5)
Anglais de complément (coefficient : 5)
Mathématiques (coefficient : 7)

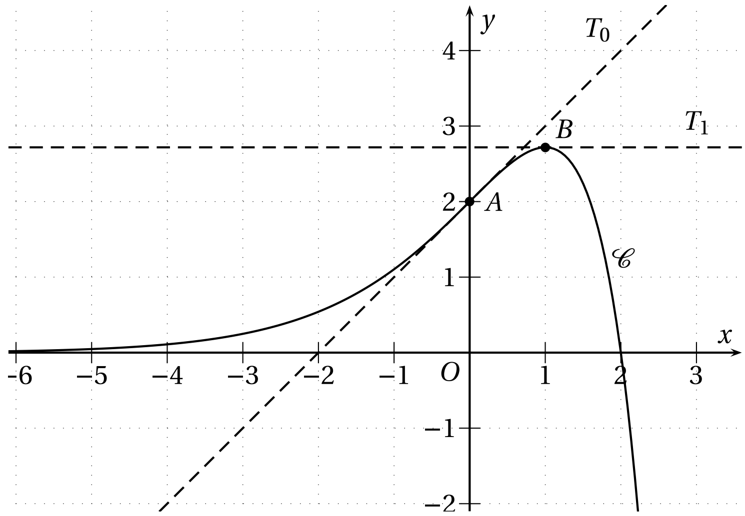
Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte page 4 pages.

Exercice 1 (5 points).

La courbe $\mathscr{C}$ sur le graphique ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On note f' sa dérivée et F une primitive de f.
On a tracé la tangente T_0 à $\mathscr{C}$ au point $A(0\,;\,2)$ et la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point $B(1\,;\,\mathrm{e})$.



Pour chaque début de phrase trois fins sont proposées, l'une d'entre elles est mathématiquement juste, les deux autres sont fausses.
Recopier sur votre copie la phrase complète sachant qu'*une phrase mathématiquement juste rapporte* 1 *point, qu'une phrase fausse enlève* 0,5 *point et que l'absence de phrase ou de fin n'enlève ni n'ajoute de point.*

1. L'équation de la tangente T_0 est :
   (a) $y = 2x + 2$. (b) $y = 2x - 2$. (c) $y = x + 2$.
2. La fonction f est :
   (a) croissante sur $\mathbb{R}$. (b) croissante sur $]-\infty\,;\,2]$. (c) positive sur $]-\infty\,;\,2]$.
3. Le nombre dérivé de f en 1 est :
   (a) $f'(1) = \mathrm{e}$. (b) $f'(1) = 0$. (c) $f'(1) = 1$.
4. La primitive F est :
   (a) croissante sur $\mathbb{R}$. (b) croissante sur $]-\infty\,;\,2]$. (c) décroissante sur $[1\,;\,2]$.
5. L'équation $f(x) = 1$ admet :
   (a) une solution unique dans $[-2\,;\,2]$. (b) une solution unique dans $]1\,;\,2[$. (c) comme solution unique $x = \mathrm{e}$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2 (5 points).

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 3x - 2 - 2x\ln(x)$.

1. (a) Calculer la dérivée de f et montrer que l'on a : $f'(x) = 1 - 2\ln(x)$
   (b) Résoudre l'inéquation : $1 - 2\ln(x) > 0$
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en indiquant :
   (a) le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x :
   (b) la valeur exacte de $f\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)$

x	0		$\sqrt{\mathrm{e}}$		$+\infty$
$f'(x)$	||				
$f(x)$	|| -2	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

3. À l'aide de ce tableau de variations :
   (a) Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
   (b) Donner à l'aide de la calculatrice une valeur approchée à 10^{-2} près de chaque solution indiquée.
4. Indiquer, en justifiant la réponse à l'aide du tableau de variations, si chacune des affirmations suivantes est **vraie** ou **fausse** :
   (a) La courbe représentative de f admet dans le plan muni d'un repère orthonormal, une asymptote verticale d'équation $x = 0$.
   (b) Toute primitive de f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\,;\sqrt{\text{e}}\right[$

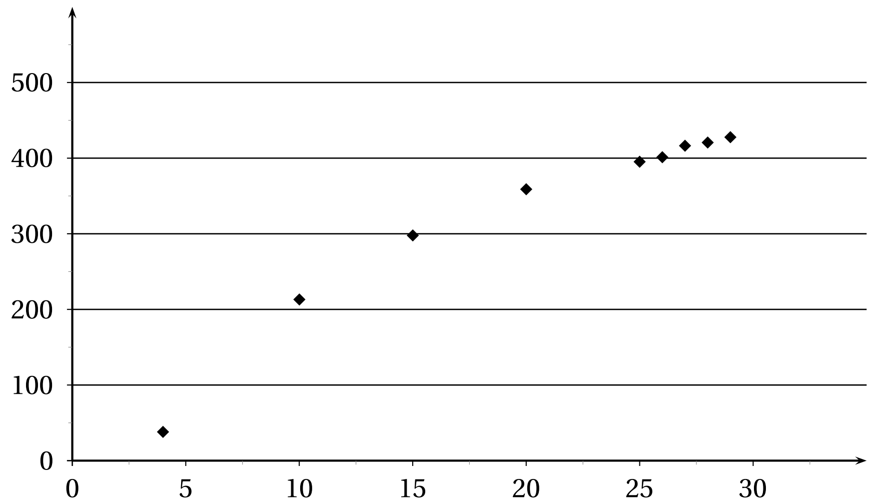
Exercice 3 (5 points).

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité d'origine nucléaire en France, exprimée en milliards de kWh, entre 1 979 et 2 004. Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1 975.

Année	1 979	1 985	1 990	1 995	2 000	2 001	2 002	2 003	2 004
Rang de l'année x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
Production y_i	37,9	213,1	297,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

Source : site Internet ministère de l'industrie

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



A – Recherche d'un ajustement affine

1. Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au dixième).
2. (a) D'après cet ajustement, quelle serait la production d'électricité nucléaire en France en 2 005 ?
   (b) En réalité, en 2 005, la production d'électricité nucléaire a été de 430 milliards de kWh. Calculer le pourcentage de l'erreur commise par rapport à la valeur réelle, arrondi à 0,1 % près, lorsqu'on utilise la valeur fournie par l'ajustement affine.

B – Un autre modèle

Compte tenu de l'allure du nuage de points, on choisit un ajustement logarithmique et on modélise la production d'électricité nucléaire par la fonction f définie pour tout x de $[4\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = 197 \ln x - 237$.

1. Calculer la production d'électricité nucléaire prévisible avec ce modèle pour l'année 2005. Quelle conclusion peut-on en tirer ?
2. (a) Résoudre dans $[4\,;+\infty[$ l'inéquation $f(x) \geqslant 460$.
   (b) Avec ce modèle, en quelle année peut-on prévoir que la production d'énergie nucléaire dépassera 460 milliards de kWh ?

Exercice 4 (5 points).

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs. Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.

Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites « hors calibre », sont rejetées.

Il a été constaté que 20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre, 5 % des pommes fournies par le second producteur sont hors calibre et 4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.

Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées.

Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante : un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son diamètre pour déterminer si elle est de « bon calibre » ou « hors calibre ».

Un mercredi matin, un contrôle de qualité est effectué par le contrôleur de la manière décrite ci-dessus.

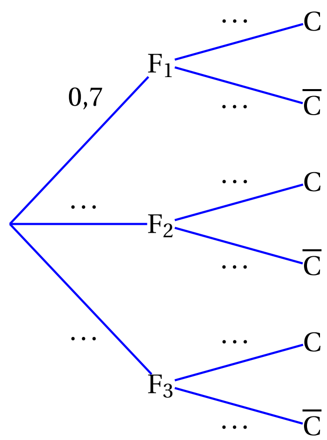
On appellera

- F_1 l'évènement : « la pomme prélevée provient du premier producteur »
- F_2 l'évènement : « la pomme prélevée provient du deuxième producteur »
- F_3 l'évènement : « la pomme prélevée provient du troisième producteur »
- C l'évènement : « la pomme prélevée a un bon calibre »
- $\overline{C}$ l'évènement : « la pomme prélevée est hors calibre ».

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-4} *près.*

1. Déterminer les probabilités des événements F_2 et F_3.
2. Recopier sur votre copie et compléter l'arbre de la figure 1.

FIGURE 1 – Arbre de l'exercice 4



3. Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,144 0.
4. Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,846 5.
5. La pomme mesurée est hors calibre. Le contrôleur affirme :

   « Cette pomme provient très probablement du premier producteur ».

   Quel calcul permet de justifier cette affirmation ?
   Faire ce calcul et conclure.