

Devoir maison n°1

Dérivation – Convexité

À rendre pour le vendredi 9 octobre

Une mairie commande une glissière pour un (grand) toboggan à une entreprise dont l'allure est schématisée sur la figure ci-dessous (les dimensions sont en mètre).

Les contraintes sont les suivantes :

- Pour des raisons de sécurité la pente de la glissière au sommet (A) et au sol (B) doit être horizontale.
 - Pour des raisons techniques, l'entreprise ne peut fabriquer que des glissières dont la courbe est d'équation $y = f(x)$ où $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
1. (a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de x .
(b) Montrer que la première contrainte revient à $f'(x) = kx(x - 4)$ où k est un réel qu'on déterminera.
(c) En déduire b en fonction de a et la valeur de c .
 2. Sachant que la glissière passe par $A(0; 6)$ et $B(4; 0)$, en déduire l'équation de la courbe.
 3. (a) Étudier la convexité de f et montrer que sa courbe admet un point d'inflexion.
(b) Pour consolider le toboggan, le constructeur souhaite installer une barre de renfort horizontale au point d'inflexion de la glissière.
Déterminer à quelle hauteur cette barre devra être placée et quelle sera sa longueur.

