

Devoir surveillé n°8 (spécialistes)

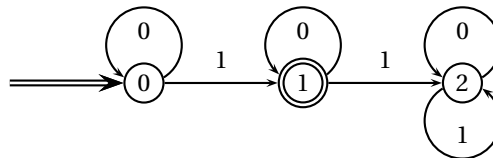
Suites arithmético-géométriques – Graphes étiquetés

EXERCICE 8.3 (4 points).

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A Soit l'automate ci-contre.

- Les mots « 11 », « 101 », « 110 », « 1011 » sont-ils reconnus par cet automate ?
On donnera la suite des états successifs parcourus par l'automate pour chacun des mots.
- Donner la liste des mots de trois lettres reconnus par celui-ci.
- Caractériser les mots reconnus.



Partie B Représenter l'automate qui reconnaît les mots comportant au moins un 0 et au moins un 1.

EXERCICE 8.4 (6 points).

Dans un village, l'association de gymnastique volontaire possédait 50 adhérents en 2000. Depuis cette date, la trésorière a remarqué que chaque année elle reçoit 18 nouvelles adhésions et que 85 % des anciens inscrits renouvellent leur adhésion.

On note a_n le nombre d'adhérents pour l'année $2000 + n$; on a donc $a_0 = 50$ et $a_{n+1} = 0,85a_n + 18$ pour tout entier naturel n .

- Soit la suite u_n définie par $u_n = a_n - 120$ pour tout $n \geq 0$.
 - Montrer que la suite u_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - Démontrer que, pour tout entier naturel n , $a_n = 120 - 70 \times 0,85^n$.
 - Déterminer la limite de la suite a_n quand n tend vers l'infini, interpréter ce résultat.
- Chaque semaine 60 % des adhérents s'inscrivent pour une heure de gymnastique et 40 % pour deux heures de gymnastique.
 - Exprimer en fonction de n le nombre d'heures de gymnastique à prévoir par semaine pour l'année $2000 + n$.
 - Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.
Une séance de gymnastique dure une heure et est limitée à 20 personnes. On veut déterminer à partir de quelle année l'association devra prévoir plus de 8 séances par semaine.
Démontrer qu'alors n doit vérifier l'inéquation $98 \times 0,85^n < 8$.
Résoudre cette inéquation et conclure.