Devoir surveillé n° 4 – Sujet B

Probabilités conditionnelles – Loi binomiale

EXERCICE 4.1 (5 points).
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Il y a une seule réponse correcte parmi les propositions.
Cocher la réponse correcte pour chaque question, sachant qu'une réponse correcte rapporte 1 point, l'absence de réponse, les réponses multiples ou une réponse fausse n'apportent ou n'enlèvent aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

1. A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'évènement contraire de B. On sait que : $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cap B) = 0{,}42$. On peut affirmer que :
   - ☐ $P_A(B) = 0{,}3$.
   - ☐ $P_B(A) = 0{,}94$.
   - ☐ $P(A \cup B) = 0{,}68$.
   - ☐ $P\left(A \cap \overline{B}\right) = 0{,}28$.

2. Si X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}\left(6\,;\frac{2}{3}\right)$ alors $p(X \geqslant 3)$ a pour valeur approchée en centième :
   ☐ 0,22 ☐ 0,68 ☐ 0,32 ☐ 0,90

3. Pour la fête du village de Boisjoli, le maire a invité les enfants des villages voisins. Les services de la mairie ayant géré les inscriptions dénombrent 400 enfants à cette fête; ils indiquent aussi que 32 % des enfants présents sont des enfants qui habitent le village de Boisjoli.

   Lors de cette fête, huit enfants sont choisis au hasard afin de former une équipe qui participera à un défi sportif. On admet que le nombre d'enfants est suffisamment grand pour que cette situation puisse être assimilée à un tirage au hasard avec remise.

   On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'enfants de l'équipe habitant le village de Boisjoli.

   Les probabilités sont données à 0,001 près.

   (a) La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres
   - ☐ $n = 8$ et $p = 0{,}32$
   - ☐ $n = 8$ et $p = 0{,}68$
   - ☐ $n = 400$ et $p = 8$
   - ☐ $n = 400$ et $p = 0{,}32$

   (b) La probabilité que dans l'équipe il y ait au moins un enfant habitant le village de Boisjoli est :
   ☐ 0,954 ☐ 0,125 ☐ 0,875 ☐ 1

   (c) L'espérance mathématique de X est :
   ☐ 128 ☐ 87,04 ☐ 2,56 ☐ 1,7408

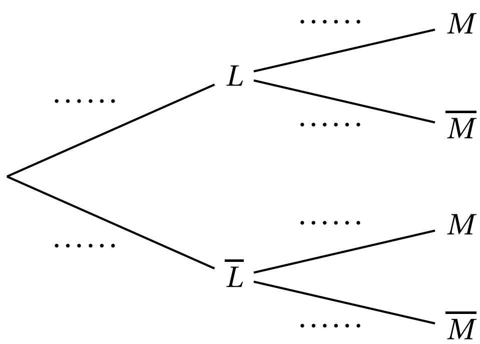
EXERCICE 4.2 (15 points)**.**
Lors d'une course cyclosportive, 80 % des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés.
Aucun participant n'abandonne la course.

- Parmi les licenciés, 68 % font le parcours en moins de 5 heures ; les autres en plus de 5 heures.
- Parmi les non licenciés, 81 % font le parcours en plus de 5 heures ; les autres en moins de 5 heures.

On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- L l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » et $\overline{L}$ son évènement contraire,
- M l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures » et $\overline{M}$ son évènement contraire.

1. à l'aide des données de l'énoncé préciser les valeurs de $P(L)$, $P_L(M)$ et $P_{\overline{L}}\left(\overline{M}\right)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant représentant la situation.



3. Calculer la probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures.
4. Justifier que $P(M) = 0{,}582$.
5. Un organisateur affirme que moins de 90 % des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
6. Un journaliste interroge indépendamment dix cyclistes au hasard. On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les dix cyclistes interrogés, le nombre de cyclistes ayant fait le parcours en moins de cinq heures. On suppose le nombre de cyclistes suffisamment important pour assimiler le choix de dix cyclistes à un tirage aléatoire avec remise.
   (a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
   (b) Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'exactement quatre des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures.
   (c) Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'au plus trois des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures ?