Devoir maison n°2

Élasticité

À rendre pour le vendredi 22 février

Après une étude de marché, on a modélisé l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit en fonction de son prix unitaire x, pour $x \in [1;8]$: $f(x) = 10 \times 1,9^x$ et $g(x) = 600 \times 0,5^x$, le prix unitaire étant exprimé en euros, et $f(x)$ et $g(x)$ donnant le nombre d'objets offerts ou demandés en milliers.

1. Déterminer le prix d'équilibre du produit.
2. (a) Étudier le sens de variation de f, puis de g sur $[1;8]$.
   (b) Tracer les représentations graphiques de f et de g dans un même repère orthogonal.
   (c) Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 1.
3. On considère la fonction E_f définie sur I par :

$$E_f(x) = x\frac{f'(x)}{f(x)} \text{ où } f' \text{ désigne la fonction dérivée de } f.$$

   Le nombre $E_f(x)$ s'appelle « élasticité de l'offre par rapport au prix x » ; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1 % d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.

   (a) i. En remarquant que $1,9 = \mathrm{e}^{\ln(1,9)}$, montrer qu'on peut écrire $f(x) = K\mathrm{e}^{px}$.
   On donnera les valeurs exactes de K et p.
   ii. En déduire $f'(x)$.
   (b) Déterminer l'élasticité-prix instantané de l'offre en fonction du prix x.
   (c) Calculer cette élasticité pour un prix unitaire de 4 €.
   (d) En donner une interprétation en terme de variation.
4. En vous inspirant des questions précédentes, déterminer l'élasticité-prix de la demande en fonction du prix x, calculer cette élasticité pour un prix unitaire de 4 € et en donner une interprétation.

Devoir maison n°2

Élasticité

À rendre pour le vendredi 22 février

Après une étude de marché, on a modélisé l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit en fonction de son prix unitaire x, pour $x \in [1;8]$: $f(x) = 10 \times 1,9^x$ et $g(x) = 600 \times 0,5^x$, le prix unitaire étant exprimé en euros, et $f(x)$ et $g(x)$ donnant le nombre d'objets offerts ou demandés en milliers.

1. Déterminer le prix d'équilibre du produit.
2. (a) Étudier le sens de variation de f, puis de g sur $[1;8]$.
   (b) Tracer les représentations graphiques de f et de g dans un même repère orthogonal.
   (c) Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 1.
3. On considère la fonction E_f définie sur I par :

$$E_f(x) = x\frac{f'(x)}{f(x)} \text{ où } f' \text{ désigne la fonction dérivée de } f.$$

   Le nombre $E_f(x)$ s'appelle « élasticité de l'offre par rapport au prix x » ; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1 % d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.

   (a) i. En remarquant que $1,9 = \mathrm{e}^{\ln(1,9)}$, montrer qu'on peut écrire $f(x) = K\mathrm{e}^{px}$.
   On donnera les valeurs exactes de K et p.
   ii. En déduire $f'(x)$.
   (b) Déterminer l'élasticité-prix instantané de l'offre en fonction du prix x.
   (c) Calculer cette élasticité pour un prix unitaire de 4 €.
   (d) En donner une interprétation en terme de variation.
4. En vous inspirant des questions précédentes, déterminer l'élasticité-prix de la demande en fonction du prix x, calculer cette élasticité pour un prix unitaire de 4 € et en donner une interprétation.