

Devoir surveillé n°8

Loi de probabilité – Graphes étiquetés

EXERCICE 8.1 (10 points).

Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat. Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin :

- 90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10 % achètent un salon.
- Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon.

Une personne entre dans le magasin. On note :

- B l'événement « la personne a un bon publicitaire ».
- \bar{B} l'événement « la personne n'a pas de bon publicitaire ».
- S l'événement « la personne achète un salon ».
- \bar{S} l'événement contraire de S .

Partie I

1. Dessiner un arbre pondéré représentant la situation.
2. À l'aide de B , \bar{B} , S , \bar{S} , traduire les événements suivants et calculer leur probabilité à 10^{-2} près :
 - (a) la personne n'achète pas de salon sachant qu'elle est venue avec un bon publicitaire ;
 - (b) la personne achète un salon ;
 - (c) la personne est venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon.

Partie II

Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15€ au magasin. Un salon vendu rapporte 500€ au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.

1. Compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	-15	500	0
Probabilité				

2. Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant.
3. (a) Le directeur pense changer la valeur du cadeau offert. Soit x le prix de revient, en euros, du nouveau bon publicitaire. Calculer, dans ce cas, l'espérance E de la loi de probabilité du bénéfice du magasin en fonction de x .
 - (b) Le directeur souhaite réaliser 76€ de bénéfice moyen par personne entrant. Quel doit être le prix de revient x du nouveau bon publicitaire ?

EXERCICE 8.2 (10 points).

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Cette première partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.

Cocher la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève 0,5 point ; l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cette partie sera ramenée à zéro.

Rappel de notations : $p(A)$ désigne la probabilité de A , $p_B(A)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B , $p(A \cup B)$ signifie la probabilité de « A ou B » et $p(A \cap B)$ signifie la probabilité de « A et B ».

- On lance un dé cubique équilibré. Les faces sont numérotées de 1 à 6. La probabilité d’obtenir une face numérotée par un multiple de 3 est
 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$
- Soient A et B deux événements tels que $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,3$ et à $p(A \cap B) = 0,1$; alors
 $p(A \cup B) = 0,4$ $p(A \cup B) = 0,5$ $p(A \cup B) = 0,6$
- Soient A et B deux événements indépendants de probabilité non nulle, alors on a obligatoirement :
 $p(A \cap B) = 0$ $p_A(B) = p_B(A)$ $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$
- Une expérience aléatoire a trois issues possibles : 2 ; 3 et a (où a est un réel). On sait que $p(2) = \frac{1}{2}$, $p(3) = \frac{1}{3}$ et $p(a) = \frac{1}{6}$. On sait de plus que l’espérance mathématique associée est nulle. On a alors
 $a = -12$ $a = 6$ $a = -5$

Partie B

Dans cette partie toutes les réponses seront justifiées.

Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d’un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

- Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres. On appelle X le nombre de paniers marqués.
 (a) Montrer que $P(X = 0) = 0,0256$ et interpréter le résultat.
 (b) Calculer $P(X \geq 1)$ et interpréter le résultat.
 (c) Calculer l’espérance de X et interpréter le résultat.
- Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu’il marque au moins un panier soit supérieure à 0,999 ? Dans ce cas combien peut-il espérer marquer de paniers ?
Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l’évaluation.

EXERCICE 8.3 (10 points).

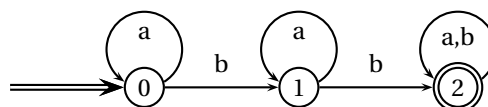
Pour les élèves **suivant** l’enseignement de spécialité.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Soit l’automate ci-contre.

- Les mots « bb », « bab », « bba », « abaa » sont-ils reconnus par cet automate ? On donnera la suite des états parcourus comme justification.
- Donner la liste des mots de trois lettres ne comportant que des a et des b et, pour chacun d’eux, dire s’il est reconnu par l’automate.
- Caractériser les mots reconnus.



Partie B

Représenter l’automate qui reconnaît les mots ne comportant que des a et des b, et dont le nombre de a est impair.