



**EXERCICE 3.1** (5 points).

Pour les élèves **suivant** l'enseignement de spécialité.

On donne ci-dessous la matrice d'adjacence  $A$  d'un graphe  $G$ , ainsi que quelques-unes de ses puissances.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 14 & 17 & 22 & 17 & 22 & 8 \\ 17 & 38 & 32 & 37 & 32 & 22 \\ 22 & 32 & 38 & 32 & 37 & 17 \\ 17 & 37 & 32 & 38 & 32 & 22 \\ 22 & 32 & 37 & 32 & 38 & 17 \\ 8 & 22 & 17 & 22 & 17 & 14 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 & 7 & 4 & 4 \\ 7 & 8 & 11 & 9 & 11 & 4 \\ 4 & 11 & 8 & 11 & 9 & 7 \\ 7 & 9 & 11 & 8 & 11 & 4 \\ 4 & 11 & 9 & 11 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 7 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^5 = \begin{pmatrix} 34 & 75 & 64 & 75 & 64 & 44 \\ 75 & 118 & 129 & 119 & 129 & 64 \\ 64 & 129 & 118 & 129 & 119 & 75 \\ 75 & 119 & 129 & 118 & 129 & 64 \\ 64 & 129 & 119 & 129 & 118 & 75 \\ 44 & 64 & 75 & 64 & 75 & 34 \end{pmatrix}$$

Répondre aux questions suivantes en ne justifiant vos réponses qu'à l'aide des matrices ci-dessus.

1. Quel est l'ordre de  $G$ ?
2. Le graphe  $G$  est-il eulérien?
3. Quel est le diamètre de  $G$ ?
4. Combien de chaînes de longueur 4 relient les sommets 2 et 5?
5. Combien de chaînes de longueur 5 débutent au sommet 1 et n'y finissent pas?

**EXERCICE 3.2** (7,5 points).

Un centre d'appel comptait en 2001 soixante-six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés $y_i$	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre  $y$  d'employés en fonction du rang  $x$  de l'année.

Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors  $z = \sqrt{y} - 3$ .

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième*)

Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i$	5,12						

2. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i ; z_i)$  associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.  
Un ajustement affine vous paraît-il approprié? Justifier la réponse.
3. Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et le placer sur le graphique.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de  $z$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés (*on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième*).  
Tracer cette droite sur le graphique précédent.
5. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de ce centre d'appel dépassera 900 employés?

**EXERCICE 3.3** (7,5 points).

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes civils de solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, $x_i$	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, $y_i$	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

1. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004.
2. **On envisage un ajustement affine**
- (a) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés, sous la forme  $y = ax + b$ . Par la suite, on pose  $f(x) = ax + b$ .
- (b) En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
3. **On envisage un autre type d'ajustement**
- On modélise le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés durant l'année  $2000 + x$  ( $x$  entier) à l'aide de la fonction  $g$  définie par
- $$g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4.$$
- (a) En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
- (b) On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèle jusqu'en 2015. Le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000? Justifier.

4. **Comparaison des deux ajustements**

Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

$x_i$	0	1	2	3	4
$[(y_i - f(x_i))]^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

$x_i$	0	1	2	3	4
$[(y_i - g(x_i))]^2$	0,49				

- (a) Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.
- (b) Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité? Justifier.