

## Devoir surveillé n°7

### Probabilités

Exercice 7.1 (7 points).

Le jeu d'échecs est un jeu à deux joueurs. L'un joue avec des pièces et pions clairs appelés « blancs », l'autre avec des pièces et pions foncés appelés les « noirs ». Une partie d'échecs se termine soit par la victoire des « blancs », soit par la victoire des « noirs », soit par un nul sans vainqueur.

Le président d'un club d'échecs a établi une enquête statistique sur les parties jouées par ses adhérents lors de tournois avec d'autres clubs, depuis la création de ce club.

Pour les adhérents de ce club, l'analyse des résultats a conduit aux constatations suivantes :

- 45 % des parties ont été jouées avec les blancs,
- 70 % des parties jouées avec les blancs ont été gagnantes,
- 25 % des parties jouées avec les blancs ont été perdantes,
- 4 % des parties jouées avec les noirs ont fini par un nul,
- pour les parties jouées avec les noirs, il y a eu autant de parties gagnées que perdues.

Le président de ce club choisit au hasard une partie jouée par un de ses adhérents pour l'étudier.

On appellera

B l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les blancs »,

N l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les noirs »,

V l'évènement : « La partie choisie se termine par une victoire »,

E l'évènement : « La partie choisie se termine par un nul »,

D l'évènement : « La partie choisie se termine par une défaite ».

1. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Justifier que la probabilité de l'évènement « La partie choisie est jouée avec les noirs et est gagnée » est égale à 0,264.
4. Calculer la probabilité que la partie choisie se termine par une victoire.
5. Sachant que la partie choisie se termine par une victoire, calculer la probabilité qu'elle ait été jouée avec les noirs et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

Exercice 7.2 (6 points).

On considère une roue partagée en 10 secteurs égaux tels que :

- il y a un secteur de couleur rouge (R)
- il y a trois secteurs de couleur verte (V)
- il y a six secteurs de couleur bleue (B)

La roue tourne sur son axe central et s'arrête sur l'une des couleurs, chaque secteur ayant la même probabilité.

Pour pouvoir faire tourner la roue, un joueur doit payer 1 € et il gagne :

- 0 € si le bleu sort;
- 2 € si le vert sort;
- 3 € si le rouge sort.

On appelle  $X$  la variable aléatoire associée au gain final (gain – mise de départ) du joueur.

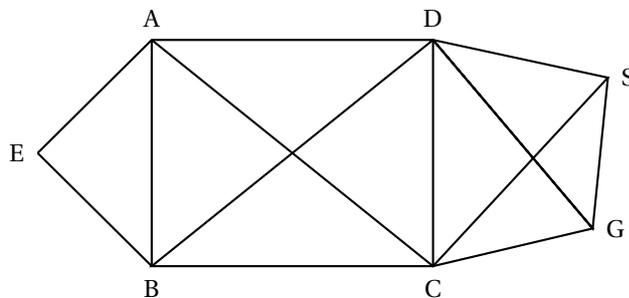
1. Décrire l'univers  $X(\Omega)$  associé à  $X$ .
2. Décrire la loi de probabilité associée à  $X$  (on la présentera sous forme de tableau).
3. (a) Calculer l'espérance de gain du joueur.  
 (b) Qui est le plus avantageux : l'organisateur ou le joueur ?  
 (c) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*  
 On dit que le jeu est équitable lorsque l'espérance de gain est égale à zéro, car alors ni l'organisateur, ni le joueur ne sont avantageux. Comment modifier les gains pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 7.3 (6 points).

Pour les élèves **suivant** l'enseignement de spécialité.

Les parties A et B sont indépendantes

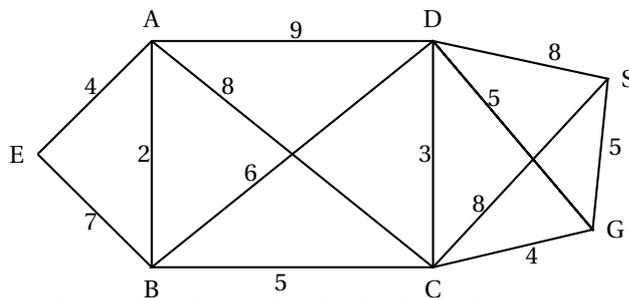
L'objet d'étude est le réseau des égouts d'une ville. Ce réseau est modélisé par le graphe ci-dessous : les sommets représentent les stations et les arêtes, les canalisations.



### Partie A

- Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?
- Justifier que le nombre chromatique de ce graphe est compris entre 4 et 6.

### Partie B



Le graphe pondéré ci-dessus donne, en minutes, les durées des trajets existant entre les différentes stations du réseau des égouts.

- Un ouvrier doit se rendre par ce réseau de la station E à la station S. Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet le plus rapide pour aller de E à S et préciser sa durée.
- Ayant choisi le trajet le plus rapide, l'ouvrier arrivant en C, apprend que les canalisations CG et CS sont fermées pour cause de travaux et qu'il ne peut les utiliser.
  - Comment peut-il terminer, au plus vite, son trajet jusqu'à S ? Combien de temps le trajet entre E et S prendra-t-il dans ce cas ?
  - S'il avait su dès le départ que les canalisations CG et CS étaient impraticables, quel trajet aurait choisi l'ouvrier pour se rendre, au plus vite de E à S ? Combien de temps ce trajet aurait-il pris ?