Chapitre 4

Fonctions polynômes de degré 2

Sommaire

4.1 Fonctions polynômes de degré 2

4.1.1 Définition, forme développée

Définition 4.1. On appelle *fonction polynôme de degré 2*, ou *fonction trinôme*, toute fonction f qui à tout réel x associe $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels et $a \neq 0$.
La *fonction dérivée* de f, notée f', est la fonction qui à tout réel x associe $f'(x) = 2ax + b$.

Remarques.

- La forme $ax^2 + bx + c$ s'appelle la *forme développée* de la fonction trinôme.
- La fonction dérivée d'une fonction trinôme est une fonction affine

4.1.2 Variations d'une fonction polynôme de degré 2

Propriété 4.1. *Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ et I un intervalle.*

- *Si, pour tout réel x de I, $f'(x) > 0$, alors la fonction f est strictement croissante sur I.*
- *Si, pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$, alors la fonction f est strictement décroissante sur I.*

Alors, pour étudier les variations d'une fonction polynôme f de degré 2, on calcule $f'x)$ en fonction de x, puis on étudie le signe de $f'(x)$, enfin on en déduit le sens de variation de f.
On obtient facilement que la fonction dérivée s'annule en $-\frac{b}{2a}$ et qu'elle est croissante si $a > 0$ et décroissante si $a < 0$. Ce qui nous permet d'obtenir la proprité suivante :

Propriété 4.2. *Soit f une fonction polynôme de degré 2 qui à tout réel $x \in \mathbb{R}$ associe $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Alors les variations de f dépendent de a :*

Si $a < 0$:

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	$f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$	$\searrow$	

f admet un maximum qui vaut $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ et qui est atteint en $-\frac{b}{2a}$.

Si $a > 0$:

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	$f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$	$\nearrow$	

f admet un minimum qui vaut $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ et qui est atteint en $-\frac{b}{2a}$.

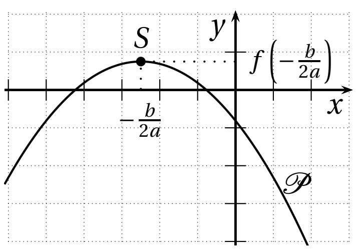
4.1.3 Représentation grpahique d'une fontion polynôme de degré 2

Propriété 4.3. *Soit f une fonction polynôme du second degré qui à tout $x \in \mathbb{R}$ associe $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.*

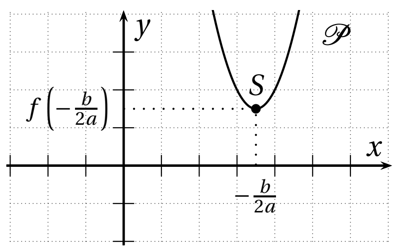
- *Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la représentation graphique de f est une parabole $\mathscr{P}$ qui est dite d'équation $y = ax^2 + bx + c$.*
- *Le sommet S de la parabole a pour coordonnées $\left(-\frac{b}{2a} ; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.*

L'orientation de la parabole est donnée par le signe de a :

Si $a < 0$, $\mathscr{P}$ est « tournée vers le bas » :



Si $a > 0$, $\mathscr{P}$ est « tournée vers le haut » :



4.2 Équations du second degré

4.2.1 Racines et discriminant

Définitions 4.2. Soit un trinôme ax^2+bx+c où $a \neq 0$. On appelle :

- *racine* du trinôme tout réel solution de l'équation $ax^2+bx+c=0$;
- *discriminant* du trinôme, noté Δ, le nombre $\Delta = b^2-4ac$.

4.2.2 Résolution d'une équation du second degré

Propriété 4.4. *Soit ax^2+bx+c, où $a \neq 0$, un trinôme et $\Delta = b^2-4ac$ son discrimant. Le nombre de racines de ce trinôme dépend du signe de Δ :*

- *Si $\Delta < 0$, alors le trinôme **n'a pas de racine**.*
- *Si $\Delta = 0$, alors le trinôme a **une unique racine** : $x_0 = -\frac{b}{2a}$.*
- *Si $\Delta > 0$, alors le trinôme a **deux racines** : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$*

Remarques.

- Le signe de Δ permet de *discriminer*[1] les équations de type $ax^2+bx+c=0$ qui ont zéro, une ou deux solutions, c'est la raison pour laquelle on l'appelle le *discriminant*.
- Si $\Delta = 0$ les formules permettant d'obtenir x_1 et x_2 donnent $x_1 = x_2 = x_0$; pour cette raison, on appelle parfois x_0 la *racine double* du trinôme.

4.3 Signe et factorisation d'un polynôme de degré 2

4.3.1 Forme factorisée

Propriété 4.5. *Soit $f(x) = ax^2+bx+c$ où $a \neq 0$ une fonction trinôme. La factorisation dépend du signe de Δ :*

- *Si $\Delta > 0$ alors $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ où x_1 et x_2 sont les racines de $f(x)$.*
- *Si $\Delta = 0$ alors $f(x) = a(x-x_0)(x-x_0) = a(x-x_0)^2$ où x_0 est la racine de $f(x)$.*
- *Si $\Delta < 0$, $f(x)$ ne peut être factorisée.*

Cette écriture, lorsqu'elle existe, est appelée *forme factorisée* du trinôme.

1. Discriminer. *v. tr.* Faire la discrimination, c'est-à-dire l'action de distinguer l'un de l'autre deux objets, ici des équations

4.3.2 Signe d'un trinôme

Propriété. *Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ une fonction trinôme. Le signe de $f(x)$ dépend de celui de a et de Δ comme indiqué ci-dessous :*
Si $\Delta > 0$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a	

Si $\Delta = 0$:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	0	Signe de a	

Si $\Delta = 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		Signe de a	

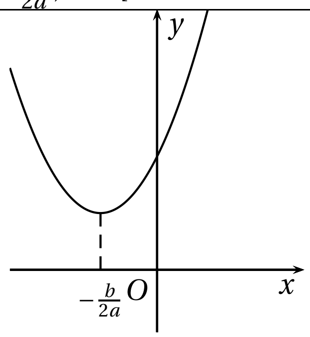
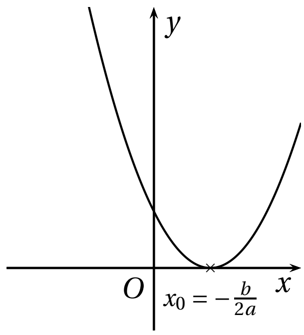
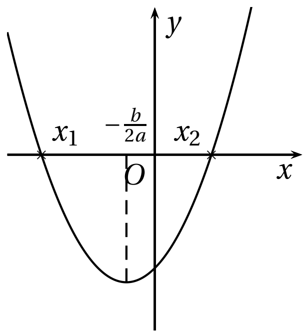
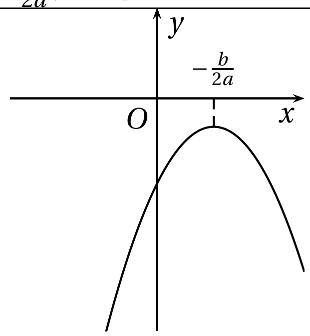
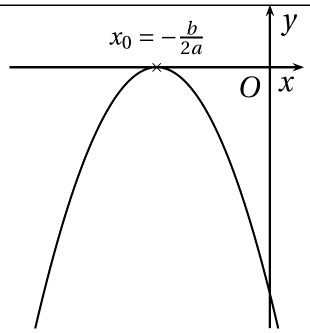
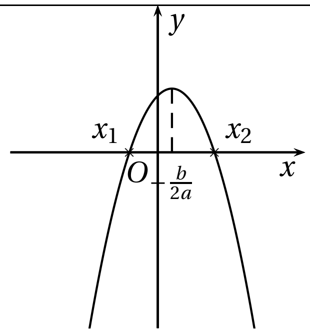
On peut aussi énoncer cette propriété de la façon synthétique suivante :

Propriété 4.6. *Un trinôme $ax^2 + bx + c$ est du signe de a sauf entre les racines, si elles existent.*

4.4 Bilan

Le tableau 4.1 page ci-contre résume les choses à retenir sur le chapitre.

TABLE 4.1: Bilan du second degré

	$\Delta = b^2 - 4ac$		
	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
	$ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$	$ax^2 + bx + c = 0$ a une solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	$ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
	$ax^2 + bx + c$ n'a pas de racine	$ax^2 + bx + c$ a une racine double	$ax^2 + bx + c$ a deux racines
	Aucune factorisation	$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
Si $a > 0$	$x \mapsto ax^2 + bx + c$ est décroissante sur $]-\infty; -\frac{b}{2a}]$ et croissante sur $[-\frac{b}{2a}; +\infty[$		
			
	$ax^2 + bx + c > 0$ sur $\mathbb{R}$	$ax^2 + bx + c \geqslant 0$ sur $\mathbb{R}$	$ax^2 + bx + c \geqslant 0$ sur $]-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty[$ et $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ sur $[x_1; x_2]$
Si $a < 0$	$x \mapsto ax^2 + bx + c$ est croissante sur $]-\infty; -\frac{b}{2a}]$ et décroissante sur $[-\frac{b}{2a}; +\infty[$		
			
	$ax^2 + bx + c < 0$ sur $\mathbb{R}$	$ax^2 + bx + c \leqslant 0$ sur $\mathbb{R}$	$ax^2 + bx + c \leqslant 0$ sur $]-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty[$ et $ax^2 + bx + c \geqslant 0$ sur $[x_1; x_2]$

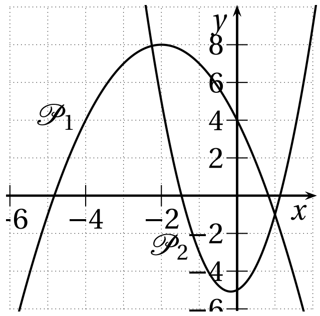
4.5 Exercices

EXERCICE 4.1.

1. Parmi les expressions suivantes, indiquer celles qui sont l'expression d'une fonction polynôme du second degré (préciser alors les coefficients a, b et c). :

   - $f(x) = 3x^2 - 5 + x$;
   - $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$;
   - $h(x) = 4x - 7$;
   - $k(x) = x^2 - 3x + 2 - (2x^2 + x - 2)$.

2. Associer à chacune des fonctions polynômes du second degré précédentes sa représentation graphique parmi les paraboles ci-dessous.

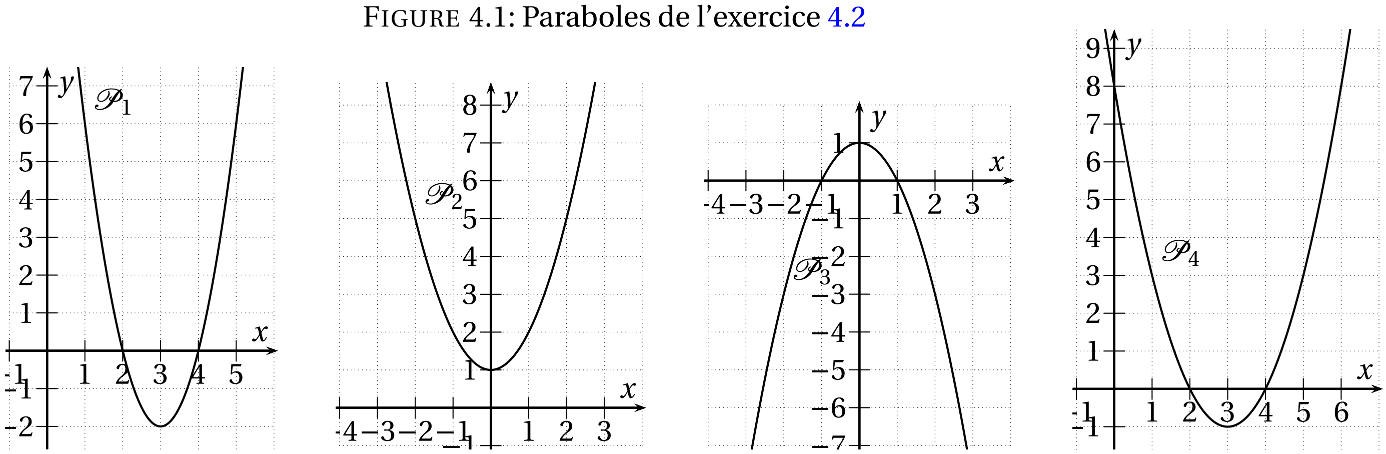


EXERCICE 4.2.
Voici quatre équations :

1. $y = x^2 - 6x + 8$
2. $y = 2(x-2)(x-4)$
3. $y = x^2 + 1$
4. $y = 1 - x^2$

La figure 4.1 de la présente page propose quatre paraboles.
Retrouver l'équation de chacune de ces paraboles en justifiant.

FIGURE 4.1: Paraboles de l'exercice 4.2



EXERCICE 4.3.
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $x^2 - 3x - 4 = 0$;
- $4x^2 - x - 3 = 0$;
- $x^2 + 3x = 0$;
- $-x^2 + x - 0,25 = 0$;
- $x^2 - x - 2$;
- $4x^2 - 9 = 0$;
- $2x^2 - 3x + 5 = 0$;
- $x^2 - 4x + 4 = 0$;
- $x^2 + 9 = 0$.

EXERCICE 4.4.
On note $P(x) = -2x^2 - x + 1$.

1. Résoudre $P(x) = 0$.
2. Factoriser $P(x)$.
3. Résoudre $P(x) \leqslant 0$.

EXERCICE 4.5.
Pour les fonctions données ci-après et définies sur $\mathbb{R}$ déterminer le signe de la fonction selon les valeurs de x.

1. $f(x) = x^2 + x + 1$
2. $g(x) = -x^2 - x + 1$
3. $h(x) = x^2 - x - 2$
4. $i(x) = -x^2 + 2x - 1$
5. $j(x) = -x^2 + 2x - 2$

EXERCICE 4.6.
Les algorithmes à écrire suivants prennent tous comme arguments trois réels a, b et c avec $a \neq 0$.

1. Écrire un algorithme renvoyant la valeur du discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.
2. Écrire un algorithme renvoyant le nombre de racines du trinôme $ax^2 + bx + c$ et la valeur de ces racines, le cas échéant.

EXERCICE 4.7.
Pour chaque expression suivante, calculer sa dérivée et en déduire les variations des fonctions données sur un intervalle $[0\,;+\infty[$.

1. Le bénéfice, en k€, pour une quantité de q milliers d'objets est $f(q) = -0,5q^2 + 4q$.
2. Le prix unitaire, en €, pour une quantité demandée de x centaines de biens est $g(x) = 0,1x^2 - 2x + 12$.

EXERCICE 4.8.
Dans une usine, le coût de fabrication, en milliers d'euros, de x tonnes de bougies parfumées est donné par la fonction f définie sur $[0\,;5]$ par $f(x) = 3x^2 - 12x + 13$.

1. Calculer la dérivée de f et déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;5]$.
2. En déduire le tableau de variations de f.
3. Pour quelle quantité produite le coût de fabrication est-il minimal ? Quel est ce coût minimal ?

EXERCICE 4.9.
Une entreprise produit de la farine de blé.
On note q le nombre de tonnes de farine fabriquée avec $0 < q < 80$.
La tonne est vendue 120 € et le coût de fabrication de q tonnes de farine est donné, en €, par $C(q) = 2q^2 + 10q + 900$.

1. Déterminer la quantité de farine à produire pour que la production soit rentable.
2. Déterminer la production correspondant au bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice.

EXERCICE 4.10.
Une PME entrepose des palettes de matériel. Le coût de stockage, en centaines d'euros, est donné par $s(t) = -t^2 + 40t + 100$, où t est la durée de stockage, exprimée en jours. Lorsque le coût devient égal à 47 500 €, on doit impérativement déstocker.

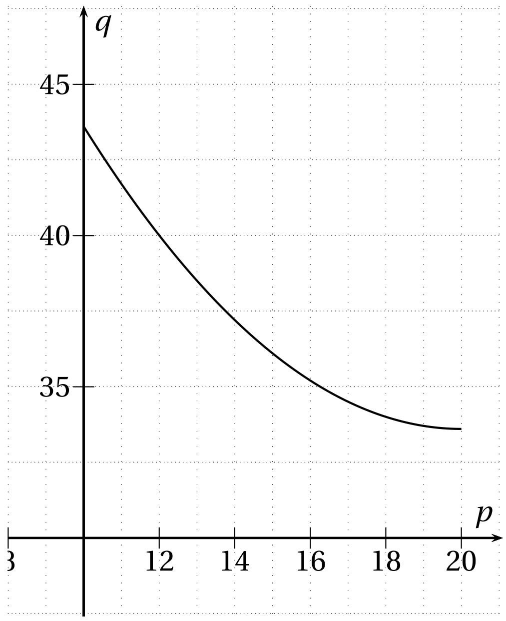
1. (a) Calculer les coûts fixes.
   (b) Calculer le coût de stockage au bout de 6 jours.
   (c) Calculer le coût supplémentaire de stockage pour le 7e jour.
2. (a) Représenter la courbe de la fonction s sur l'écran de la calculatrice. On prendra comme fenêtre : $-2 \leqslant X \leqslant 18$ avec un pas de 2 et $-50 \leqslant Y \leqslant 500$ avec un pas de 50.

(b) D'après le graphique, au bout de combien de temps doit-on déstocker ?

(c) Quelle équation doit-on écrire pour trouver la solution exacte ? La résoudre.

EXERCICE 4.11.
Pour un prix horaire compris entre 10 et 20 euros, la quantité de service à domicile est modélisée par $f(p) = 0,1p^2 - 4p + 73,6$ et la quantité offerte par $g(p) = 2p + 16$. Les quantités sont en centaines d'heures.

1. (a) Calculer $f'(p)$ et résoudre l'équation $f'(p) = 0$.
   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[10 ; 20]$.
2. On a représenté ci-dessous la fonction f.
   (a) Tracer dans le repère la courbe de la fonction g.
   (b) Déterminer graphiquement le prix d'une heure de service, lorsque l'offre est égale à la demande.
   (c) Retrouver ce résultat parle calcul.
   (d) Calculer alors le chiffre d'affaire réalisé.



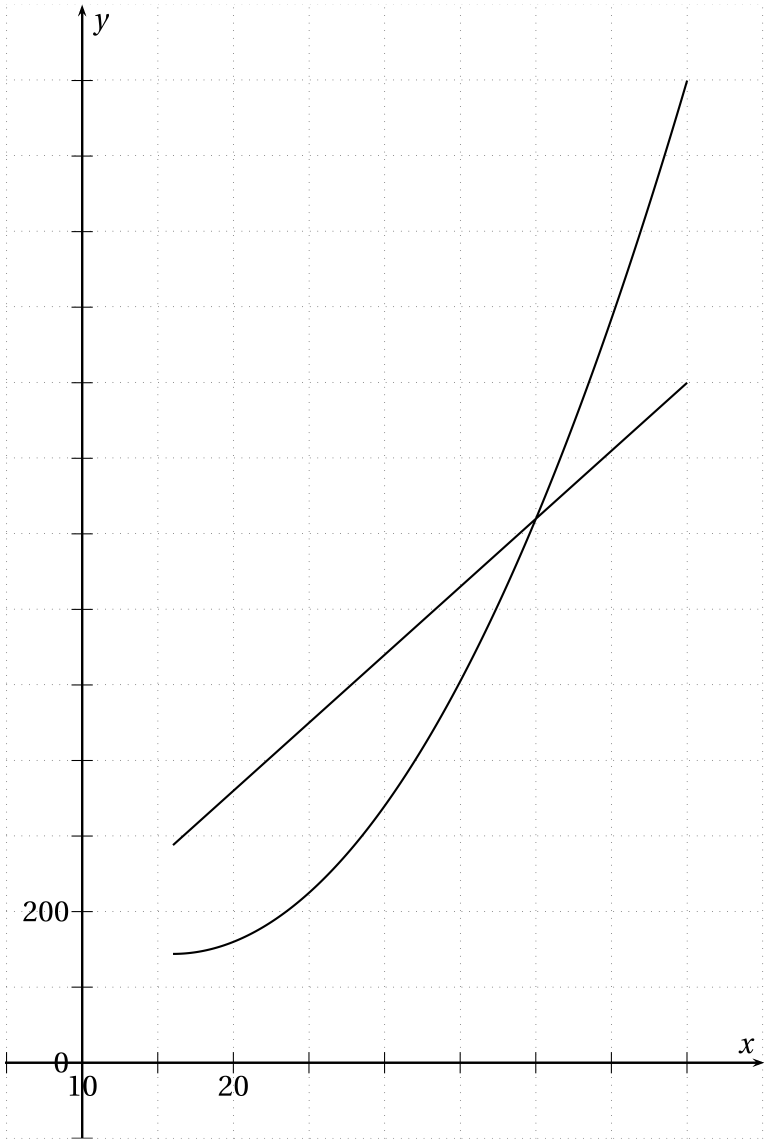
EXERCICE 4.12.
Un confiseur produit à chaque fabrication entre 15 et 50 kilogrammes d'une pâte à base de sucre, de colorants et de sirop. La quantité fabriquée (en kg), notée x, de cette pâte, est entièrement utilisée pour la confection de berlingots et de sucettes.
Le coût total de production exprimé en euros, de la fabrication des confiseries est noté $C(x)$.
La recette et le bénéfice, exprimés en euros, correspondant à une quantité x (en kg) de pâte produite et vendue sont notés, respectivement, $R(x)$ et $B(x)$.

Partie A : Étude graphique
Sur le graphique ci-dessous, les fonctions C et R sont représentées (avec $x \in [16 ; 50]$).
Répondre aux questions en utilisant le graphique.
On fera figurer sur le graphique tous les tracés utiles.

1. Déterminer le montant en euros des coûts lorsque la production est de 50 kg de pâte.
2. (a) Quel est le montant en euros de la recette si l'entreprise produit et vend 50 kg de pâte ?
   (b) Réalise-t-elle un bénéfice ? Justifer votre réponse.
3. Pour quelles valeurs de x le bénfice est-il nul ?
4. Déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.
5. Déterminer la quantité de produit qui assure à l'entreprise un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice ?

Partie B : Étude de la fonction B (par le calcul).
Dans cette partie on sait que pour $x \in [16 ; 50]$, $C(x) = x^2 - 32x + 400$.

1. Sachant que la recette est proportionnelle à la quantité x (en kg) de pâte vendue et utilisée, montrer que pour tout $x \in [16\,;50]$, $R(x) = 18x$.
2. (a) Exprimer le bénéfice $B(x)$ en fonction de x.
   (b) Justifier que $B(x) = (x-10)(-x+40)$ pour tout x de l'intervalle $[16\,;50]$.
3. Déterminer le signe de $B(x)$. En déduire pour quelle quantité de fabrication l'artisan est bénéficiaire.
4. (a) Calculer $B'(x)$ et étudier son signe.
   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[16\,;50]$.



EXERCICE 4.13.
Un producteur bio récolte et vend chaque jour q centaines de kg de fruits.
Le bénéfice journalier engendré par la vente de ces fruits, en milliers d'euros, est, pour une quantité q comprise entre 0 et 1 500 kg :

$$B(q) = -q^2 + 20{,}4q - 25{,}6$$

1. À l'aide de la calculatrice :

   (a) Calculer les valeurs de ce bénéfice de 0 à 1 500 kg, tous les 100 kg.
   Attention à l'unité ! Présenter ces résultats sous forme de tableau :

q	0	1	...
$B(q)$	$-25,6$	$-6,2$	...

Casio : **TABLE** puis **SET**
TI : **f(x)** puis **Déf table** puis **TABLE**

(b) Représenter graphiquement la fonction B.
Casio : **GRAPH** puis **V-Window** puis **DRAW**
TI : **f(x)** puis **Fenêtre** puis **Graphe**

(c) Estimer pour quelle quantité le bénéfice semble maximal.
Casio : **G-Solv** puis **Max**
TI : **calculs** puis **Max**.

(d) Estimer pour quelle quantité (au kg près) le bénéfice est supérieur à 70 000 €.
Tracer la droite d'équation $y = 70000$ puis :
Casio : **GRAPH** puis **G-Solv** puis **ISCT**
TI : **calculs** puis **Intersection**

2. (a) Déterminer par le calcul la quantité qui réalise un bénéfice maximal.
   (b) Quelle inéquation doit-on résoudre pour obtenir les quantités à produire pour avoir un bénéfice supérieur à 70 000 €. La résoudre.

EXERCICE 4.14.
Le coût de fabrication $C(x)$ (en centaines d'euros) pour x objets produits (x compris entre 0 et 18) est donné par :

$$C(x) = 0,65x^2 - 8,65x + a$$

où a représente le coût fixe (en centaine d'euros).

1. Sur tableur, on souhaite calculer le coût de fabrication suivant le nombre d'objets et le coût fixe.

   (a) Quelle formule peut-on saisir en **B4** et recopier vers le bas jusqu'en **B22** pour calculer le coût de fabrication ?

   (b) Dans cette question, on choisit un coût fixe de 6 400 euros. Pour quelle quantité le coût semble-t-il minimal ?

   (c) Modifier la valeur du coût fixe et observer la quantité pour laquelle le coût est minimal. Que remarque-t-on ?

	A	B
1	a	64
2		
3	Quantité	Coût
4	0	64
5	1	56
6	2	49,3
7	3	43,9

2. Déterminer par le calcul le coût la quantité qui réalise un coût minimal.

EXERCICE 4.15.
Sur la carte du restaurant du Chalet Mounier figure un menu gastronomique.

1. (a) Si le prix de ce menu gastronomique est fixé à 40 euros, on admet qu'il y a, chaque jour, 220 personnes intéressées. Déterminer dans ce cas le chiffre d'affaires journaliers, C1.
   (b) Quel serait le chiffre d'affaires C2 du restaurant s'il consentait à baisser son prix de repas jusqu'à 34 euros, sachant que le nombre n de personnes intéressés par le menu au prix de p euros est donné par la relation $n = -10p + 620$?

2. On désigne par x la baisse, exprimée en euros, sur le prix de vente d'un repas par rapport au prix le plus élevé de 40 euros.

   (a) Exprimer en fonction de x le prix de vente $p(x)$ d'un repas ainsi que le nombre $n(x)$ de personnes intéressées.

   (b) En déduire que le chiffre d'affaires C du restaurant s'exprime en fonction de x par :

$$C(x) = -10x^2 + 180x + 8\,800$$

3. Déterminer le tableau de variation sur $[0\,;\,11]$ de la fonction C.

4. Quel est le prix du repas gastronomique qui assure au restaurant un chiffre d'affaire maximal ? Quel est alors ce chiffre d'affaire ?

EXERCICE 4.16.
Une usine fabrique un produit liquide. Le coût de production, en euros, de x hectolitres de ce produit est donné par $c(x) = 0,5x^2 + 600x + 30\,000$.
On considère l'algorithme ci-dessous :

```
ENTREE : k
INITIALISATION
 x PREND LA VALEUR 0
TRAITEMENT
 TANT QUE 0,5x^2+600x+30 000 < k
   x PREND LA VALEUR x+1
 FIN TANT QUE
SORTIE : x
```

1. La boucle « Tant que » de cet algorithme dépend d'une condition. Laquelle ? Quand sort-on de la boucle ?

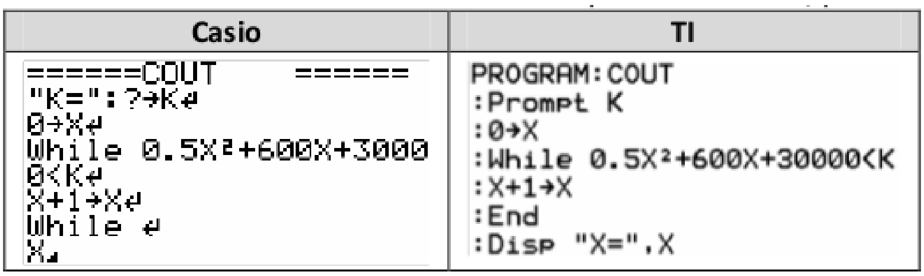
2. On dispose du tableau de valeurs suivant, pour le coût de production $f(x)$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$c(x)$	30 000	30 600,5	31 202	31 804,5	32 408	33 312,5	33 618	34 224,5	34 832

   On entre dans l'algorithme la valeur $k = 34\,000$. Quelle est la valeur de x affichée par l'algorithme ?

3. Quel est le rôle de l'algorithme ?

4. Saisir l'algorithme avec la calculatrice et le faire fonctionner pour $k = 100\,000$, puis $k = 200\,000$.



4.6 Travaux dirigés

EXERCICE 4.17 (Tabuler et représenter une fonction sur un tableur)**.**
Soit la fonction f définie sur $[0;10]$ par $f(x) = -0,2x^2 + 2,6x + 5$.

1. Tabuler f
   (a) En colonne **A** entrer les abscisses de 0 à 10 avec un pas de 0,1 (ne pas saisir de formule).
   (b) Quelle formule peut-on saisir en **B2** et recopier vers le bas pour calculer les valeurs des images $f(x)$?
2. Représenter f
   (a) Sélectionner les colonnes **A** et **B**, puis cliquer sur l'onglet **Insertion**, **Graphique** (tous les graphiques) et choisir **Nuage de points (XY)** et **courbe lissée**.
   Modifier éventuellement les éléments du graphique souhaité à l'aide du menu en haut à droite de celui-ci.
3. Chercher un extremum.
   Pour calculer le minimum en **D2** et le maximum en **E2** des valeurs obtenues en colonne **B**, utiliser les commandes **MIN(plage)** et **MAX(plage)**
4. Résoudre une équation $f(x) = k$
   (a) Par exemple, pour résoudre l'équation $f(x) = 12$, cliquer en **B2** et, pour accéder à l'outil valeur cible, cliquer sur l'onglet **Données**, **Analyse de scénarios** et **Valeur cible**.
   Compléter la boite de dialogue : cellule à définir : **\$B\$2** ; valeur à atteindre : **12** ; cellule à modifier : **\$A\$2**.
   Ici, la recherche est cohérente (3,81). Pour obtenir une autre valeur de x vérifiant $f(x) = 12$, entrer une autre valeur en **A2** plus proche de la solution demandée (9,19) avant de recommencer avec l'outil valeur cible.
   Ici, la recherche ets réussié ? Insérer le résultat proposé.

EXERCICE 4.18 (Coût de production et bénéfice)**.**
Une petite entreprise de matériel électronique et informatique assemble des ordinateurs.
Pour x ordinateurs assemblés par jour, le coût de production est donné par : $C(x) = 15x^2 + 15x + 5700$.
L'entreprise peut assembler entre 0 et 50 ordinateurs par jour.
Tout ordinateur produit est vendu au prix de 735 € l'unité.
On note $R(x)$ la recette correspondant à la vente de x ordinateurs.
On désire étudier le coût de production ainsi que le bénéfice afin d'optimiser la production.

Partie A

1. (a) Quels sont les coûts fixes ?
   (b) Le coût marginal pour le n^{e} ordinateur assemblé est $C(n) - C(n-1)$.
   Calculer le coût marginal du 15^{e} oridnateur assemblé.
   (c) Calculer le coût moyen pour 15 ordinateurs assemblés dans la journée.
2. Recopier le tableau suivant dans un tableur :

	A	B	C	D	E
1	Nombre	Coût total	Coût marginal	Coût moyen	Recette
2	x	C(x)	C(x)-C(x-1)	$C_M(x)$	R(x)
3	0	5 700			0
4	1	5 730	30	5 730,00	735
5	2	5 790	60	2 895,00	1 470

   (a) Quelle formule peut-on saisir en **B3** et recopier vers le bas pour calculer le coût de production ?
   (b) Quelle formule peut-on saisir en **C4** et recopier vers le bas pour calculer le coût marginal ?
   (c) Quelle formule peut-on saisir en **D4** et recopier vers le bas pour calculer le coût moyen de production ?

(d) Quelle formule peut-on saisir en **E3** et recopier vers le bas pour calculer la recette ?

3. (a) Construire avec le tableur le graphique suivant :

(b) Pour quelle quantité produire x_0 le coût marginal est-il égal au coût moyen ? Placer x_0 sur le graphique ci-dessus.

(c) Quel est le nombre d'ordinateurs que l'entreprise doit assembler pour que le coût moyen soit minimum ?

4. On donne la propriété suivante :
« Tant que le coût marginal est inférieur au coût moyen, le coût moyen est ....
Dès que le coût marginal est supérieur au coût moyen, alors le coût moyen est ....
Le coût marginal est donc égal au coût moyen, au .... du coût moyen ».

(a) Compléter les phrases en utilisant les mots « croissante », « décroissante », « minimum » ou « maximum ».

(b) Sur le graphique précédent, indiquer l'intervalle de production qui vérifie la 2e phrase.

Partie B

1. (a) Exprimer la recette $R(x)$ en fonction de x.

(b) D'après le graphique, conjecturer la plage de profit lorsque le bénéfice est positif ou nul. Expliquer la méthode de lecture.

(c) Exprimer le bénéfice $B(x)$ en fonction de x.

2. (a) Montrer que le bénéfice admet un maximum pour une quantité x_1. Cette quantité est-elle inférieure ou supérieure à x_0 ? Calculer le bénfice maximal.

(b) Résoudre algébriquement l'équation $-15x^2 + 720x + 5\,700 = 0$.
Interpréter concrètement les solutions de cette équation.

3. Le commercial propose les ordinateurs assemblés par l'entreprise à un centre commercial. L'hypermarché lui fait une offre à 600 € par ordinateur. Pensez-vous que cette forre puisse engendrer un proit pour l'entreprise ? Commenter.