

# Chapitre 1

## Proportions

### Sommaire

---

<b>1.1 Proportion d'une sous-population dans une population</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>1.2 Union et intersection de sous-populations</b> . . . . .	<b>2</b>
1.2.1 Réunion et intersection . . . . .	2
1.2.2 Sous-populations disjointes . . . . .	2
1.2.3 Proportions échelonnées et inclusions successives . . . . .	3
<b>1.3 Exercices</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>1.4 Travaux dirigés</b> . . . . .	<b>7</b>

---

### 1.1 Proportion d'une sous-population dans une population

**Définition 1.1.** On a les définitions suivantes :

**Population :** Une *population*  $E$  est un ensemble faisant l'objet d'une étude statistique.

**Sous-population :** Un échantillon d'individus (ou partie ou sous-ensemble) d'une population  $E$  est une *sous-population* de  $E$ .

**Élément :** Un élément de la population est un *individu*.

**Effectif :** Le nombre d'individus de la population est l'*effectif* de la population.

**Définition 1.2.** Soit  $A$  une sous-population d'effectif  $n_A$  d'une population  $E$  d'effectif  $n_E$ . La proportion  $p_A$  (ou fréquence) de  $A$  dans  $E$  est le quotient défini par

$$p_A = \dots\dots$$

**Exemple.** Une classe comporte 18 filles et 12 garçons.

Les élèves de cette classe forment une population  $E$  d'effectif  $n_E = \dots\dots$

La population  $F$  des filles de la classe est une sous-population de  $E$  d'effectif  $n_F = \dots\dots$

La proportion de  $F$  dans  $E$ , c'est-à-dire la proportion des filles dans la classe, est  $p_F = \dots\dots$

*Remarques.*

- Une proportion est un nombre réel compris entre ... et ... et n'a pas d'unité.
- Une proportion s'exprime souvent sous forme de pourcentage.  
On écrit aussi bien  $p = \frac{3}{5}$  ou  $p = \dots\dots$  ou  $p = \dots\dots$

- Si on connaît deux des trois nombres  $n_A$ ,  $n_E$  et  $p_A$ , on peut calculer le troisième :

Comme  $p_A = \frac{n_A}{n_E}$  alors  $n_A = \dots\dots$  ou encore  $n_E = \dots\dots$

Par exemple, si l'on veut calculer 3 % de 240 :

On a  $n_E = \dots\dots$   $p_A = \dots\dots$  Donc  $n_A = \dots\dots$

**EXERCICE.**

Les questions sont indépendantes.

1. 35,89 millions de foyers fiscaux ont été recensés en France en septembre 2013. Sur ce total, 18,94 millions d'entre eux étaient imposables au titre de leur revenu de 2012. Calculer la proportion des foyers imposables en septembre 2013. Traduire le résultat avec un pourcentage arrondi à 0,01 près.
2. Dans une grande entreprise, les  $\frac{5}{6}$  des 720 employés sont des commerciaux. Combien y a-t-il de commerciaux dans l'entreprise?
3. Dans une administration, 23 employés sont des personnels administratifs, ce qui représente 18 % des employés. Combien y a-t-il d'employés dans cette administration?

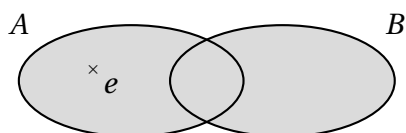
## 1.2 Union et intersection de sous-populations

### 1.2.1 Réunion et intersection

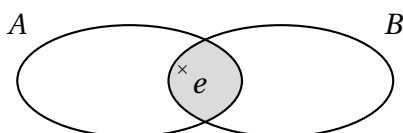
**Définition 1.3.** Soit  $A$  et  $B$  deux sous-populations d'une population  $E$ .

- La réunion de  $A$  et de  $B$  est la sous-population constituée des individus appartenant au moins à l'une des deux sous-populations (à  $A$  **ou** à  $B$ ) ; on la note  $A \cup B$  (qui se lit «  $A$  union  $B$  »).
- L'intersection de  $A$  et de  $B$  est la sous-population constituée des individus communs aux deux parties (à  $A$  **et** à  $B$ ) ; on la note  $A \cap B$  (qui se lit «  $A$  inter  $B$  »).

$e \in A \cup B$  signifie  $e \in A$  **ou**  $e \in B$ .



$e \in A \cap B$  signifie  $e \in A$  **et**  $e \in B$



**Propriété 1.1.** Soit  $p_A$ ,  $p_B$ ,  $p_{A \cap B}$  et  $p_{A \cup B}$  les proportions respectives de  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$  et  $A \cup B$  dans  $E$ . Alors on a :

$$p_{A \cup B} = \dots\dots\dots$$

### 1.2.2 Sous-populations disjointes

**Définition 1.4.** Soit  $A$  et  $B$  deux sous-populations d'une même population  $E$ .

Les sous-populations  $A$  et  $B$  sont *disjointes* lorsqu'elles n'ont aucun individu en commun.

On a alors  $A \cap B = \dots\dots$  ou encore  $n_{A \cap B} = \dots\dots$  ou encore  $p_{A \cap B} = \dots\dots$

**Propriété 1.2.** Soit  $A$  et  $B$  deux sous-populations disjointes d'une même population  $E$ .

La proportion de la sous-population  $A \cup B$  est donnée par :

$$p_{A \cup B} = \dots\dots\dots$$

**EXERCICE.**

À la suite de plaintes de consommateurs, un fabricant d'appareils ménagers inspecte les 500 derniers appareils qui viennent d'être fabriqués. Il constate que 25 ont un défaut *a*, 19 ont un défaut *b* et 12 ont un défaut *c*.

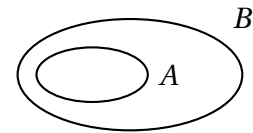
Parmi ces appareils défectueux, 5 ont à la fois les défauts *a* et *b* et les autres n'ont qu'un seul défaut.

1. Déterminer la proportion d'appareils inspectés qui ont le défaut *a* ou le défaut *b*.
2. Déterminer la proportion d'appareils inspectés qui ont le défaut *b* ou le défaut *c*.

**1.2.3 Proportions échelonnées et inclusions successives**

**Définition 1.5.** Soit *A*, *B* et *E* des populations telles que *A* est une sous-population de *B* et *B* est une sous-population de *E*.  
 On dit alors que *A* est *inclus* dans *B*, lui-même inclus dans *E*. On écrit alors  $A \subset B$  et  $B \subset E$ , ou même  $A \subset B \subset E$ .

$A \subset B$  signifie que tout élément de *A* est aussi un élément de *B* mais il peut y avoir des éléments de *B* qui ne sont pas dans *A*.



**Propriété 1.3.** Soit *A*, *B* et *E* des sous-populations telles que  $A \subset B \subset E$ .  
 Soit  $p_1$  la proportion d'éléments de *A* dans *B* et  $p_2$  la proportion d'éléments de *B* dans *E*. Alors,  $p$ , la proportion d'éléments de *A* dans *E* est donnée par :

$p = \dots\dots\dots$

**Exemple.** Si la proportion  $p_1$  de *A* dans *B* est 30 %, soit 0,3, et la proportion  $p_2$  de *B* dans *E* est 40 %, soit 0,4, alors la proportion  $p$  de *A* dans *E* est égale à ..... soit .....

**EXERCICE.**

Lors d'une élection, 70 % des électeurs inscrits ont effectivement voté.

1. Le candidat *X* a remporté 38 % des voix des électeurs qui ont voté.  
 Calculer la proportion des électeurs qui ont voté *X* parmi les électeurs inscrits.
2. Le cendidat *Y* a obtenu 39,5 % des électeurs inscrits.  
 Calculer la proportion des électeurs qui ont voté *Y* parmi les électeurs qui ont voté.

*Remarque.* Il peut être utile de réaliser des schémas ensemblistes ou des schémas de calculs ou des arbres pondérés.

## 1.3 Exercices

### EXERCICE 1.1.

Compléter le tableau :

Proportion écrite sous forme

fractionnaire	décimale	de pourcentage
		7,2 %
	0,195	
$\frac{12}{250}$		

### EXERCICE 1.2.

La population  $A$  d'effectif  $n_A$  est une sous-population de la population  $E$  d'effectif  $n_E$  et  $p_A$  est la proportion de la population  $A$  dans la population  $E$ .

1. Compléter le tableau suivant où les proportions sont à écrire sous forme de fraction.

$n_A$	$n_E$	$p_A$
11	42	
112	348	
	420	$\frac{4}{5}$

### EXERCICE 1.3.

En France il y a 27 785 900 « ménages ». Un « ménage » est constitué par une personne ou un groupe de personnes partageant le même logement et mettant en commun leurs revenus.

Il y a 9 399 500 « ménages » constitués d'une seule personne.

Quelle proportion de l'ensemble des ménages cela représente-t-il? Arrondir à  $10^{-2}$ .

Écrire le résultat sous forme de pourcentage.

### EXERCICE 1.4.

La population active en octobre 2014, en France, était de 35 188 660 personnes. Le taux de chômeurs de catégorie  $A$  (c'est-à-dire sans activité) était de 9,7 %.

Déterminer le nombre de chômeurs de catégorie  $A$  en octobre 2014.

### EXERCICE 1.5.

En avril 2013, l'opérateur de téléphonie mobile orange annonçait 26,8 millions de clients, ce qui représentait 36,4 % de part de marché en France métropolitaine.

Quel était le nombre total d'utilisateurs de téléphones mobiles en France métropolitaine en avril 2013?

### EXERCICE 1.6.

Un institut de sondage a interrogé 800 personnes de la manière suivante :

- 25 % des personnes interrogées habitent en zone rurale, les autres en zone urbaine ;
- 60 % des personnes interrogées ont été consultées par téléphone, les autres personnes ayant été interrogées en « face à face » par un enquêteur ;
- 55 % des personnes habitant en zone urbaine ont été consultées par téléphone ;
- il y a 200 personnes interrogées en zone rurale.

2. Compléter le tableau suivant où les proportions sont à écrire sous forme décimale à 0,01 près.

$n_A$	$n_E$	$p_A$
7	234	
283		0,13
	1 803	0,09

3. Compléter le tableau suivant où les proportions sont à écrire sous forme de pourcentage à 0,1 près.

$n_A$	$n_E$	$p_A$
2 995	3 618	
74		24,4 %
	887	4,3 %

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant en indiquant les calculs avec les pourcentages.

	Habitant en zone rurale	Habitant en zone urbaine	Total
Personnes interrogées par téléphone			
Personnes interrogées en « face à face »			
Total	200		

2. Pour les deux questions suivantes, donner le résultat sous forme d'un nombre décimal, puis sous la forme d'un pourcentage.
- Calculer la proportion de personnes habitant en zone urbaine parmi celles qui ont été consultées par téléphone.
  - Calculer la proportion de personnes habitant en zone urbaine parmi celles qui ont été interrogées en « face à face »

L'ordre des proportions obtenues au 2 est-il le même que celui des effectifs des sous-populations correspondantes ?

#### EXERCICE 1.7.

Le lycée GUSTAVE EIFFEL comporte 1 200 élèves.

On s'intéresse à la répartition des élèves suivant leur sexe et leur régime.

- 70 % des élèves sont demi-pensionnaires et parmi eux, 40 % sont des filles ;
- 45 % des élèves sont des filles ;
- 130 élèves sont des filles internes et 112 élèves sont des garçons externes.

1. Compléter le tableau de répartition suivant. Détailler les calculs avec des pourcentages.

	Externes	Demi-pensionnaires	Internes	Total
Filles				
Garçons				
Total				1 200

2. Soit  $D$  la sous-population constituée des élèves demi-pensionnaires et  $F$  la sous-population des élèves filles de ce lycée.
- Décrire par une phrase les sous-population  $D \cap F$  et  $D \cup F$ .
  - Déterminer  $p_D$ ,  $p_F$  et  $p_{D \cap F}$ . En déduire  $p_{D \cup F}$ .

#### EXERCICE 1.8.

Dans un congrès international, 87 % des participants comprennent l'anglais **ou** le français.

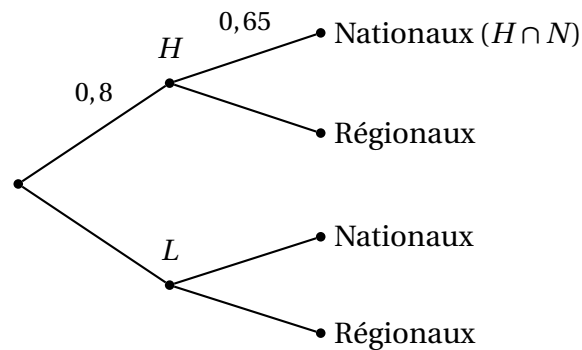
En particulier, 82 % des participants comprennent l'anglais ( $A$ ) et 72 % des participants comprennent le français ( $F$ ).

calculer la proportion des participants qui comprennent l'anglais **et** le français.

On pourra s'aider d'un diagramme ensembliste.

**EXERCICE 1.9.**

Deux groupes  $H$  et  $L$  se partagent la distribution de journaux, régionaux et nationaux. Les nombres sur l'arbre ci-dessous indiquent les parts de marché en écriture décimale.



1. (a) Lire la part de marché du groupe  $H$ .  
 (b) Interpréter le nombre 0,65 qui apparaît sur cet arbre.  
 (c) Calculer  $p_{H \cap N}$ , part des journaux nationaux distribués par le groupe  $H$ , par rapport à la totalité du marché.
2. On sait que les journaux nationaux représentent 62 % du marché.  
 Calculer la part des journaux nationaux dans le groupe  $L$ .
3. Présenter ces résultats sous la forme d'un tableau à double entrée.

**EXERCICE 1.10.**

On étudie les résultats d'un groupe de candidats au Baccalauréat de deux lycées.

1. Dans le lycée  $A$ , 72 % des élèves sont admis au premier groupe et le reste des élèves est admis à l'oral du second groupe. Parmi ces derniers, 35 % échouent.  
 Quel est le pourcentage d'élèves reçus au final ?
2. Dans le lycée  $B$ , 89 % des élèves sont reçus au final et 32 % des élèves sont admis à l'oral du second groupe. Il n'y a pas d'élèves recalés au premier groupe.  
 Quelle est la proportion d'élèves admis au premier groupe ?

## 1.4 Travaux dirigés

### EXERCICE 1.11 (Billets en Europe).

Au 21 septembre 2014, selon la BCE, le nombre de billets émis en euros était de 16 697,9 millions. Delphine, journaliste, s'intéresse au nombre de contrefaçons de billets.

Quelques valeurs sont données dans son article, résumées ci-contre sur tableur.

Les données des colonnes **C** et **D** sont au format %.

	A	B	C	D	E
1	<b>Les euros en billets en Europe</b>				
2	Type de billet	Nombre en millions	Part du total	Part de contrefaçon	Contrefaçons en millions
3	5 €	1 653,3		0,30%	
4	10 €		12,60%	2,60%	
5	20 €	3 056,5	18,40%	38,00%	
6	50 €	7 089,4	42,69%	44,10%	
7	100 €	1 918,7		12,40%	
8	200 €	214,3		2,00%	
9	500 €		3,51%	0,60%	
10	Total	16 607,9			

- Compléter les valeurs manquantes dans les colonnes **B** et **C**. Indiquer les formules à saisir en **C3** et en **B4**.
- Indiquer la formule à saisir en **E3** et à recopier vers le bas jusqu'en **E9** qui permet de calculer le nombre de billets de 500 € contrefaits.
  - Indiquer une formule à saisir en **E10** pour calculer le total des billets contrefaits.
  - Vérifier l'information de la BCE reprise par Delphine et publiée dans l'article : « Les valeurs les plus contrefaites demeurent les coupures de 20 et 50 euros qui représentent 82,1 % du nombre total de contrefaçons ».

### EXERCICE 1.12 (Marché des tablettes dans le monde).

On désire comparer les parts de marché des tablettes vendues dans le monde au deuxième trimestre des années 2012 et 2014.

On connaît le nombre de tablettes vendues au deuxième trimestre des années 2012 et les parts de marché au deuxième trimestre 2014, noté Q2 2014.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Parts de marché des tablettes dans le monde</b>							
2	En Q2 2012	Samsung	Apple	Lenovo	Asus	Acer	Autres	Total
3	Part en %							100,0%
4	Ventes en millions	2,17	17,06	0,93	0,37	0,4	7,41	28,3
5								
6	En Q2 2014	Samsung	Apple	Lenovo	Asus	Acer	Autres	Total
7	Part en %	17,2%		4,9%	4,6%	2,0%	44,4%	100,0%
8	Ventes en millions							49,3

- Recopier ce tableau sur tableur. Les cellules des plages **B3 :H3** et **B7 :H7** sont en format %.  
Ce tableau sera à compléter au fur et à mesure des questions suivantes en respectant le nombre de décimales.
- Calculer la part de marché détenue par Apple au 2<sup>ème</sup> trimestre 2014.
- Indiquer la formule à saisir en **B3** et à recopier vers la droite jusqu'en **G3** pour obtenir les parts de marché suivant les marques. Les résultats seront arrondis à 0,1 % près.
- Indiquer la formule à saisir en **B8** et à recopier vers la droite jusqu'en **G8** pour obtenir les ventes en millions de tablettes suivant les marques. Les résultats seront arrondis à 10<sup>-2</sup> près.
- Commenter les parts d'Apple sur ces deux années.

**EXERCICE 1.13** (Tableau croisé dynamique).

**Partie A.** Trois commerciaux travaillent sur quatre secteurs. Leur nombre de ventes réalisées suivant le secteur est donné dans le tableau ci-contre.

	A	B	C	D
1	n°	Nom	Secteur	Ventes
2	1	Colin	1	7
3	2	Armel	4	8
4	3	Colin	3	10
5	4	Bakari	3	8
6	5	Bakari	4	8
7	6	Armel	2	10
8	7	Armel	2	5
9	8	Bakari	2	7
10	9	Bakari	2	10
11	10	Bakari	1	10
12	11	Colin	3	8
13	12	Armel	1	7
14	13	Colin	4	5
15	14	Colin	4	8
16	15	Armel	2	9
17	16	Colin	2	4
18	17	Armel	3	6

1. On souhaite réaliser un tableau croisé dynamique donnant la somme des ventes de chacun par secteur.

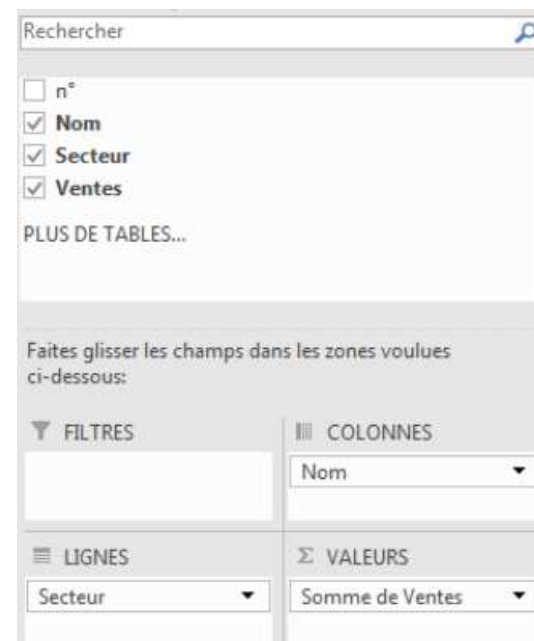
(a) Pour cela, dans l'onglet **Insertion**, sélectionner **Tableau croisé dynamique**.

Sélectionner la plage de cellules et l'emplacement du tableau.

Choisissez les champs du tableau en glissant les champs dans la zone voulue :

- **Étiquettes de colonnes** : Nom;
- **Étiquettes de lignes** : Secteur;
- **Σ Valeurs** : Somme.

Renommer les étiquettes de colonnes et de lignes.

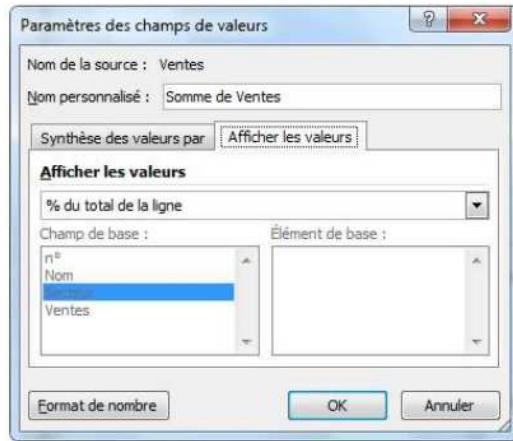


On obtient le tableau :

Somme de Ventes	Nom			
Secteur	Armel	Bakari	Colin	Total général
1	7	10	7	24
2	24	17	4	45
3	6	8	18	32
4	8	8	13	29
<b>Total général</b>	<b>45</b>	<b>43</b>	<b>42</b>	<b>130</b>

- (b) Quel est le commercial qui a réalisé le plus de ventes?
- (c) Quel est le secteur où le nombre de ventes est le plus faibles?
2. (a) Créer le tableau dynamique croisé, indiquant, pour chaque commercial, la part en pourcentage qu'il réalise suivant chacun des secteurs. Pour cela, procéder comme pour le tableau précédent.  
Cliquez sur la flèche en regard du champ dans **Valeurs, Paramètres des champs de valeurs**, puis dans la boîte de dialogue **Paramètres des champs de valeurs, Afficher les valeurs**, choisir **% du total de la ligne**.





On obtient le tableau suivant :

Somme de Ventes	Nom			
Secteur	Armel	Bakari	Colin	Total général
1	29,17%	41,67%	29,17%	100,00%
2	53,33%	37,78%	8,89%	100,00%
3	18,75%	25,00%	56,25%	100,00%
4	27,59%	27,59%	44,83%	100,00%
<b>Total général</b>	<b>34,62%</b>	<b>33,08%</b>	<b>32,31%</b>	<b>100,00%</b>

- (b) Pour chacun des secteurs, quel est le commercial le plus performant ?

**Partie B.** Dans une société, 10 commerciaux s'occupent de 4 secteurs géographiques (A, B, C et D). On relève leur chiffre d'affaire sur 3 mois. Dans cette partie, vous mettrez en évidence les données du tableau permettant de répondre aux questions, en utilisant l'onglet **Mise en forme conditionnelle**.

- Réaliser un tableau croisé dynamique donnant les ventes de chaque commercial par mois.
  - Quel est celui qui a réalisé le meilleur chiffre d'affaire total ?
- Créer un tableau donnant les parts en % par mois du chiffre d'affaires de chacun.

- (b) Les commerciaux ayant réalisé moins de 8 % du chiffre d'affaires total des trois mois sont remerciés. Indiquer leurs noms.

- (c) Si le directeur ne regarde que sur le dernier mois, est-ce que ce sont les mêmes ?

3. (a) Créer un tableau croisé donnant les ventes de chaque commercial par secteur.

- (b) Quels sont les commerciaux qui ne se sont cantonnés qu'à un seul secteur ?

- (c) Quel est le secteur où il faut démarcher davantage ?

4. La direction offre une prime à tout commercial qui a diversifié ses secteurs et ne dépasse dans aucun secteur 70 % de sa vente.

Créer un tableau croisé qui permette de connaître les commerciaux concernés par cette prime.

	A	B	C	D
1	Mois	Secteur	Prénom	Ventes
2	1	A	Malik	4562
3	1	D	Edith	1234
4	1	B	Dundee	690
5	1	C	Benoit	680
6	1	A	Ania	1563
7	1	B	Alexis	452
8	1	D	Alice	4587
9	1	D	Ksénya	856
10	1	C	Djamel	3600
11	1	B	Victor	1862
12	2	A	Malik	695
13	2	C	Edith	2651
14	2	B	Dundee	4836
15	2	C	Benoit	659

16	2	A	Ania	554
17	2	D	Alexis	648
18	2	B	Alice	5445
19	2	C	Ksénya	652
20	2	B	Djamel	793
21	2	B	Victor	1642
22	3	C	Malik	3528
23	3	D	Edith	482
24	3	B	Dundee	479
25	3	C	Benoit	763
26	3	A	Ania	681
27	3	D	Alexis	953
28	3	B	Alice	1598
29	3	B	Ksénya	2763
30	3	A	Djamel	663
31	3	D	Victor	452