Chapitre 2

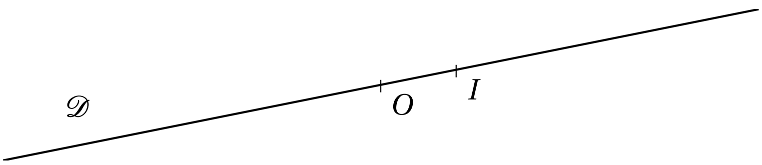
Repérage

Sommaire

2.1 Repèrage sur une droite

ACTIVITÉ **2.1.**
Placer les points M et N sur la droite $\mathscr{D}$ ci-dessous sachant que :

- $M \in [OI)$ et est tel que $OM = 4OI$
- $N \notin [OI)$ et est tel que $ON = 1{,}5OI$



Définition 2.1. Soit $\mathscr{D}$ une droite, O et I deux points distincts de cette droite, alors (O,I) est appelé *repère* de la droite $\mathscr{D}$; O est appelé *origine* du repère et OI est appelé *unité* du repère.

Dans l'activité précédente, (O,I) est un repère de la droite $\mathscr{D}$.

Propriété 2.1. *Soit $\mathscr{D}$ une droite munie du repère (O,I), alors tout point M de la droite est associé à un unique nombre x défini par :*

- *Si $M \in [OI)$ x est le nombre positif tel que $OM = xOI$;*
- *Si $M \notin [OI)$, x est le nombre négatif tel que $OM = -xOI$.*

x est appelé abscisse *de M.*

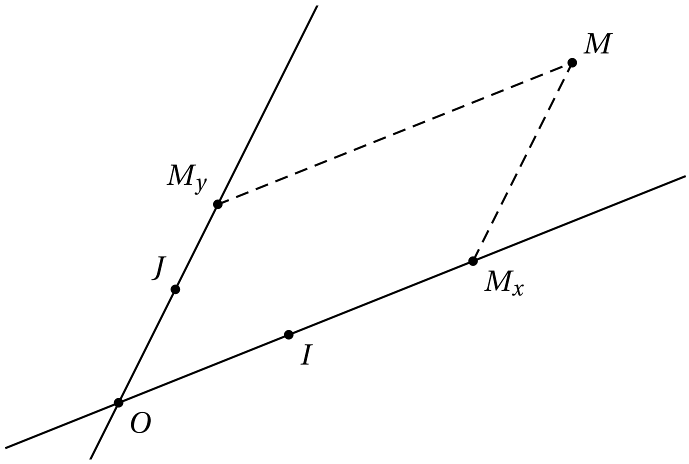
On l'admettra.
Dans l'activité précédente, l'abscisse de M est .... et celle de N est ....

2.2 Repère d'un plan

2.2.1 Activité d'introduction

ACTIVITÉ 2.2.
Dans le plan, avec deux droites sécantes en un point O, chacune munie d'un repère, (O,I) pour l'une, (O,J) pour l'autre, on peut repérer de manière unique tout point M du plan de la manière suivante :

- on construit les points M_x et M_y de telle sorte que :
  - $M_x \in (OI)$;
  - $M_y \in (OJ)$;
  - OM_xMM_y soit un parallélogramme.
- on détermine x l'abscisse de M_x sur la droite munie du repère (O,I)
- on détermine y l'abscisse de M_y sur la droite munie du repère (O,J)
- Le couple $(x; y)$ est unique (on l'admettra) et constitue le couple de coordonnées de M dans le repère (O,I,J).



Sur le schéma de la figure page ci-contre :

1. Placer les points $M(3;1)$, $N(-1;1,5)$, $P(-2;-1)$ et $Q(3;-1)$;
2. Donner graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D ;

2.2.2 Définitions

Définition 2.2. Soit $\mathscr{P}$ un plan, O, I et J trois points non alignés de ce plan, alors (O,I,J) est appelé *repère* du plan ; O est appelée *origine* du repère et les droites (OI) et (OJ) sont appelées *axes* du repère.

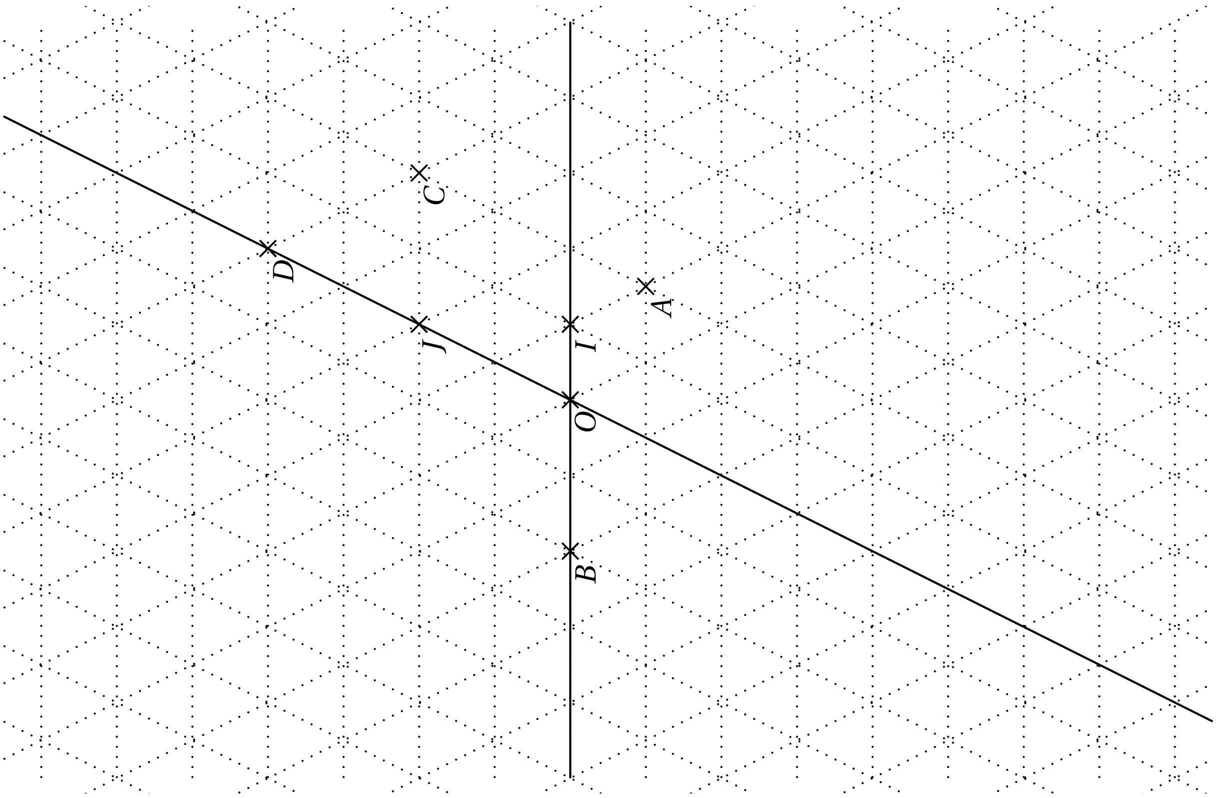
On a alors :

Définition 2.3. Soit P un plan muni d'un repère (O,I,J), alors tout point M de ce plan est associé à un unique couple $(x; y)$, tel que défini ci-dessus, appelé *coordonnées* de M.
x est appelé *abscisse* de M et y est appelé *ordonnée* de M.

On admettra que chaque point a un unique couple de coordonnées.

Exemple. Sur le schéma donné en exemple dans l'activité 2.2, $x =$ ...... et $y =$ ...... donc les coordonnées de M sont (...... ; ......).
L'abscisse de M est ......, l'ordonnée de M est ....

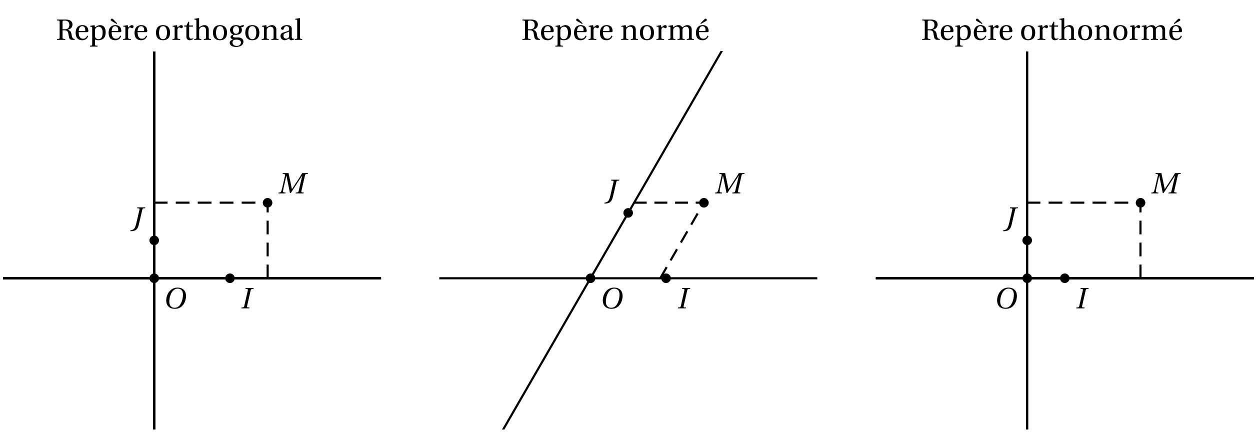
FIGURE 2.1: Figure de l'activité 2.2



2.2.3 Types de repères

Définition 2.4. Soit P un plan muni d'un repère (O, I, J).

- Si le triangle OIJ est quelconque, le repère est dit *quelconque*.
- Si le triangle OIJ est rectangle en O, le repère est dit *orthogonal*.
- Si le triangle OIJ est isocèle en O, le repère est dit *normé*.
- Si le triangle OIJ est rectangle et isocèle en O, le repère est dit *orthonormé*.

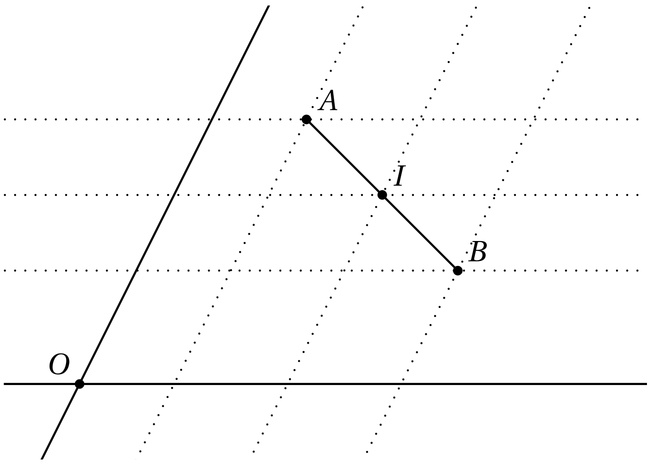


2.2.4 Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété 2.2. *Soit P un plan muni d'un repère quelconque.*
Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ et $I(x_I; y_I)$ milieu de $[AB]$.
Alors

- $x_I = \ldots\ldots\ldots$
- $y_I = \ldots\ldots\ldots$

Preuve. La preuve sera faite en classe à partir de cette figure :



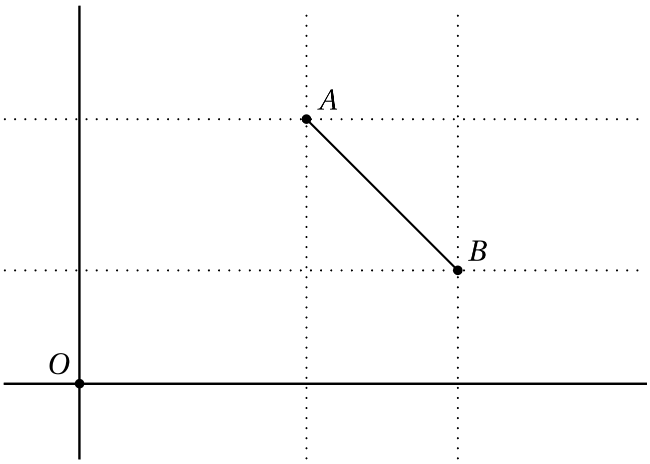
◇

2.2.5 Distance entre deux points dans un repère orthonormé

Propriété 2.3. *Soit P un plan muni d'un repère* ***orthonormé****.*
Soient A et B deux points du plan P de coordonnées respectives $(x_A\,;\,y_A)$ et $(x_B\,;\,y_B)$.
Alors la distance AB est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Preuve. La preuve sera faite en classe à partir de cette figure :

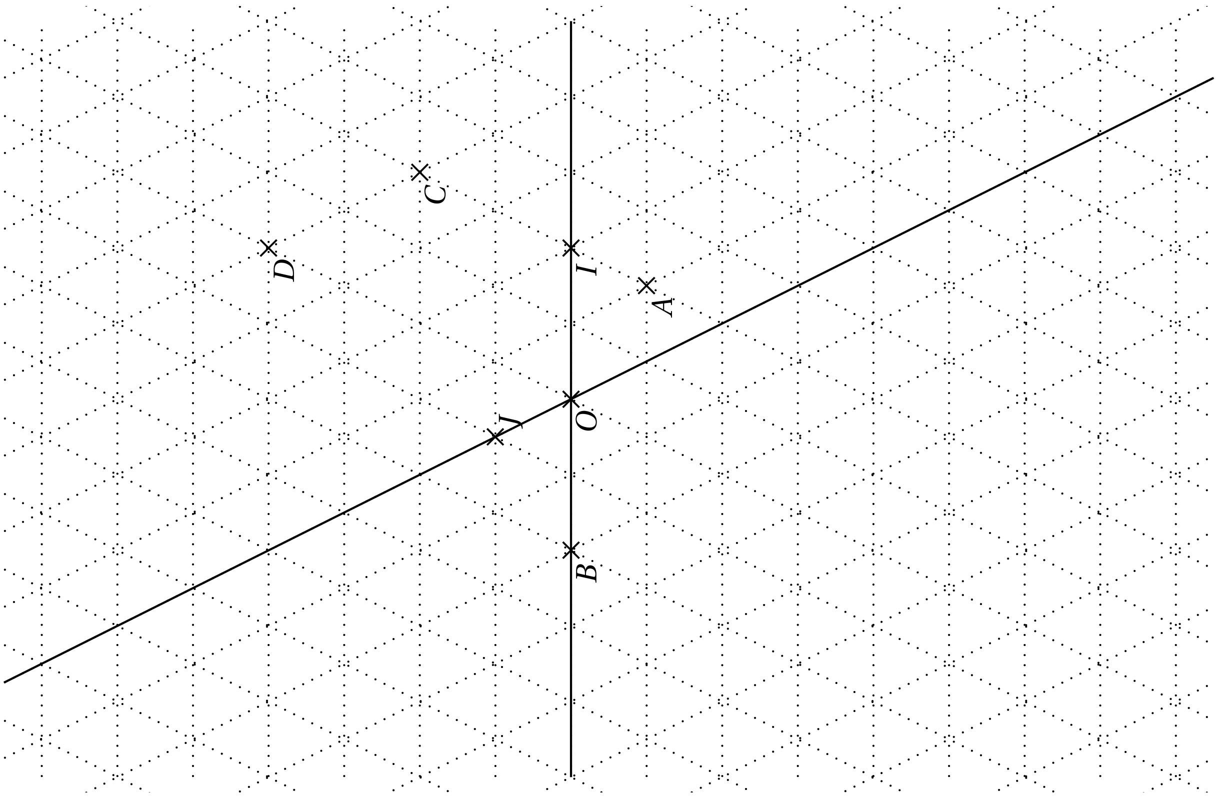


◇

2.3 Exercices et problèmes

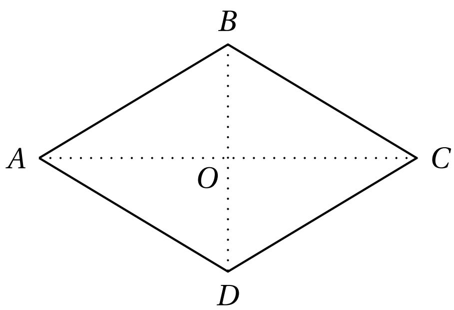
EXERCICE 2.1.
Sur le schéma ci-dessous :

1. Placer les points $M(2;1)$, $N(-1{,}5;1)$, $P(-2;-1)$ et $Q(1{,}5;-1)$;
2. Donner graphiquement les coordonnées des points A, B, C et D ;



EXERCICE 2.2.
Le quadrilatère $ABCD$ donné ci-dessous est un losange de centre O.
Dans chacun des cas ci-dessous, dire de quel type est le repère et donner les coordonnées de tous les points dans ce repère.

- (A,D,B)
- (O,B,C)
- (O,C,B)
- (D,C,O)



EXERCICE 2.3.
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Dans chacun des cas suivants, déterminer la nature du triangle ABC.

1. $A(-4;-1)$, $B(4;-2)$ et $C(-2;2)$
2. $A(-5;0)$, $B(3;-4)$ et $C(2;4)$

EXERCICE 2.4.
Dans le repère orthonormé (O,I,J), on donne $A(-1;2)$, $B(-3;-1)$ et $C(5;-2)$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Montrer que :
   (a) Le périmètre p de ABC vaut $\sqrt{13}(3+\sqrt{5})$;
   (b) L'aire a de ABC est un nombre entier.

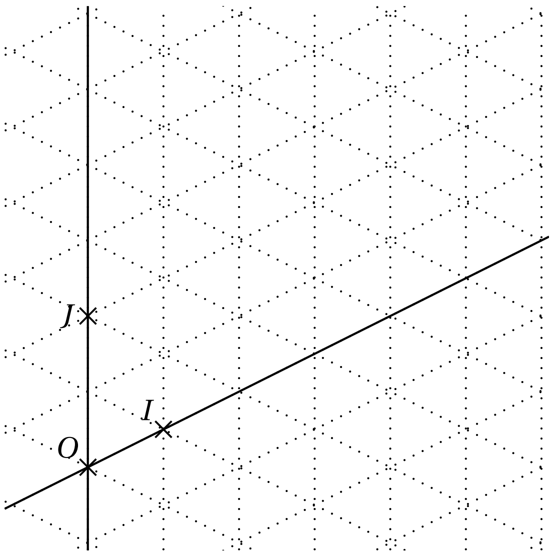
EXERCICE 2.5.
Dans le repère orthonormé (O,I,J), on donne $A(1\,;1)$, $B(4\,;5)$ et $C(10\,;8)$.

1. Déterminer les longueurs AB, AC et BC.
2. Que peut-on en déduire pour les points A, B et C ?

EXERCICE 2.6.
Le plan est muni d'un repère quelconque.
On donne les points $A(2\,;3)$ et $I(-4\,;1)$.
On sait que I est le milieu de $[AB]$.
Déterminer les coordonnées de B.

EXERCICE 2.7.
Sur le schéma ci-contre :

1. Placer les points $A(1\,;2)$, $B(3\,;1{,}5)$, $C(4\,;-0{,}5)$ et $D(2\,;0)$;
2. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.



EXERCICE 2.8.
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Dans chacun des cas suivants, déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$:

1. $A(1\,;0)$, $B(1\,;3)$, $C(2\,;3)$ et $D(3\,;1)$;
2. $A(1\,;2)$, $B(4\,;7)$, $C(1\,;6)$ et $D(-2\,;1)$;
3. $A(1\,;0)$, $B(0\,;2)$, $C(4\,;4)$ et $D(5\,;2)$;
4. $A(-4\,;-1)$, $B(4\,;-2)$, $C(8\,;5)$ et $D(0\,;6)$;
5. $A(0\,;-2)$, $B(3\,;-1)$, $C(2\,;2)$ et $D(-1\,;1)$.

EXERCICE 2.9.
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On donne les points $A(-3\,;-4)$, $B(3\,;2)$, $C(7\,;-2)$ et $D(1\,;-8)$.

1. Montrer que :
   (a) $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu ;
   (b) $AC = BD$.
2. (a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
   (b) Calculer le rayon du cercle circonscrit à ce quadrilatère.

EXERCICE 2.10.
Le plan est muni d'un repère quelconque.
On donne les points $A(-5\,;3)$, $B(-4\,;1)$ et $C(1\,;-4)$.

1. Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[AC]$.
2. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Les algorithmes suivants sont à écrire en langage courant.

EXERCICE 2.11.
Écrire un algorithme prenant comme arguments les coordonnées de deux points et retournant les coordonnées du milieu du segment dont les extrémités sont ces deux points.

EXERCICE 2.12.
Écrire un algorithme prenant comme arguments les coordonnées de deux points et retournant la distance entre ces deux points dans un repère orthonormé.
Comment faire pour avoir la valeur exacte de cette distance ?

EXERCICE 2.13.
Écrire un algorithme prenant comme arguments les coordonnées de trois points A, B et C, calculant les coordonnées du point D tel que ABCD est un parallélogramme.