Chapitre 9

Fluctuations d'échantillonage

Sommaire

9.1 Activités

Rappels :

- *l'effectif d'un résultat est le nombre de fois que ce résultat apparaît;*
- *la fréquence d'un résultat est l'effectif de ce résultat divisé par l'effectif total.*

ACTIVITÉ 9.1 (Simulations de séries de lancers de dés)**.**
L'objectif de cette activité est de produire des séries de 50 lancers de dé à 6 faces et d'observer la distribution des fréquences de chacune des faces.
Pour éviter des lancers de dés qui peuvent être bruyants, on va simuler ces lancers à l'aide de la fonction *random* de la calcultrice.

1. La fonction *random* de la calculatrice permet d'obtenir un nombre aléatoire comportant 10 décimales et compris dans l'intervalle $[0\,;1[$.
   (a) Faire quelques essais.
   (b) Parfois la calculatrice n'affiche que 9 décimales. Pourquoi?
   (c) Comment peut-on simuler le lancer d'un dé à 6 faces avec cette fonction?

   Pour la suite de l'activité, on appelera *lancer de dé* la simulation d'un dé obtenu à la calculatrice.

2. **Par groupe de deux élèves**
   (a) Lancers.
   On notera les résultats dans les tableaux 9.1 page 95.
   - l'un lance un dé 50 fois, l'autre note le résultat obtenu;
   - on recommence en permuttant les rôles;

  - chaque groupe de deux obtient alors deux tableaux de cinquante résultats et complète les trois tableaux de fréquence.

(b) Graphiques.
Les graphiques sont à faire dans les repères de la page 96.
On note en abscisses les numéros des faces du dé et en ordonnées les fréquences de chacun de chacun des numéros.
  - Faire les diagrammes des fréquences de vos résultats et de ceux de votre voisin sur un même graphique en utilisant deux couleurs différentes.
  - Faire les diagrammes des fréquences de votre groupe sur le graphique suivant.

3. **Par colonne puis pour la classe**

(a) Lancers.
On notera les résultats dans les tableaux 9.2 page ci-contre.
  - relever les résultats de tous les groupes de deux élèves de votre colonne et compléter le quatrième tableau de fréquence ;
  - relever enfin les résultats de tous les élèves de la classe et compléter le dernier tableau.

(b) Graphiques.
Les graphiques sont à faire dans les repères de la page 96.
  - Faire les diagrammes des fréquences de votre colonne.
  - Faire les diagrammes des fréquences de votre classe sur le graphique suivant.

4. **Comparaison des graphiques**

(a) Comparer le diagramme de vos fréquences à celui de votre voisin.

(b) Comparer le diagramme des fréquences de votre groupe à celui d'autres groupes.

(c) Comparer le diagramme des fréquences de votre colonne à celui d'autres colonnes puis à celui de la classe.

(d) Que constate-t-on ?
Ce phénomène s'appelle *fluctuation d'échantillonage sur des séries de taille 50.*

TABLE 9.1: Groupe de deux élèves

Mes 50 lancers

Tableau de fréquence de mes résultats

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	50	

Ceux de mon voisin

Tableau de fréquence des résultats de mon voisin

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	50	

Tableau de fréquence de mon groupe

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	100	

TABLE 9.2: Pour la colonne puis pour la classe

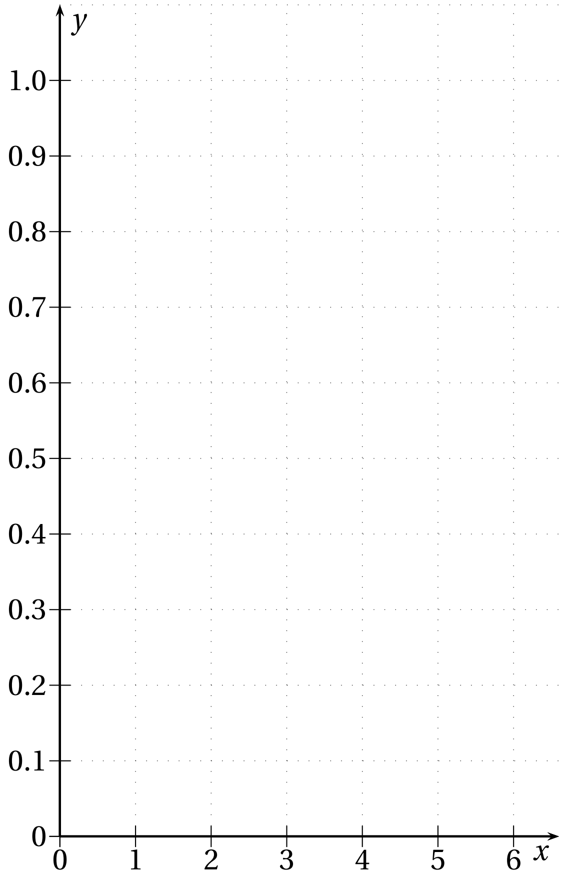
Tableau de fréquence de ma colonne

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

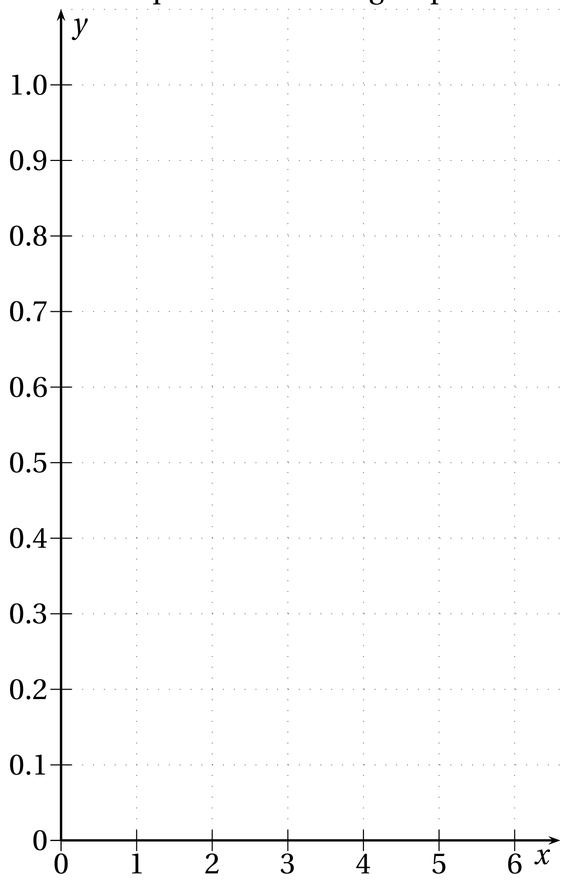
Tableau de fréquence de la classe

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

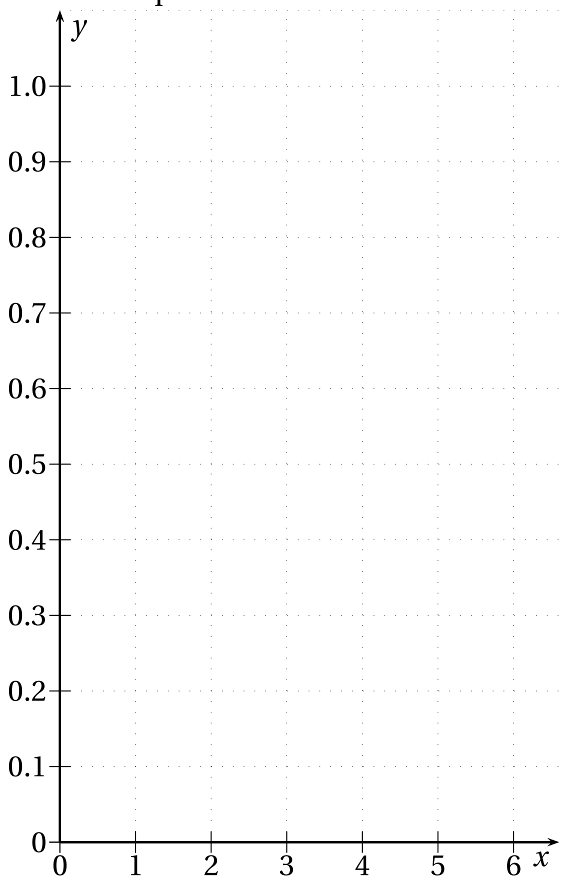
Mes fréquences et celles de mon voisin



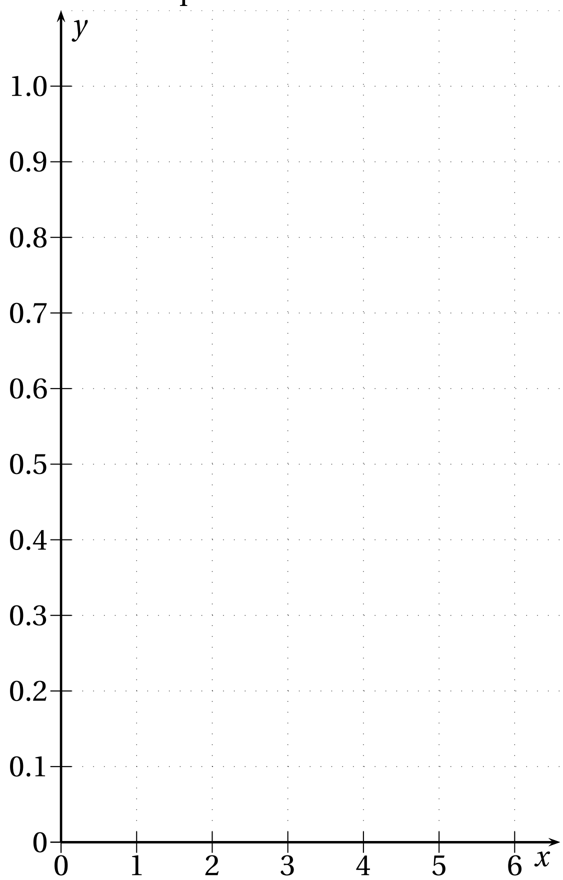
Les fréquences de mon groupe



Les fréquences de ma colonne



Les fréquences de la classe



ACTIVITÉ 9.2 (Marche à cinq pas).
On se pose la question suivante :
On place un pion sur un axe gradué à la position 0. Au hasard, le pion avance ou recule d'un pas. Il fait cinq pas. Quelle est sa position d'arrivée sur l'axe ?

Il y a différentes manières de jouer à ce jeu. Expliquez comment vous feriez :

- avec une pièce de monnaie ;
- avec un dé ;
- avec la touche *random* de la calculatrice.

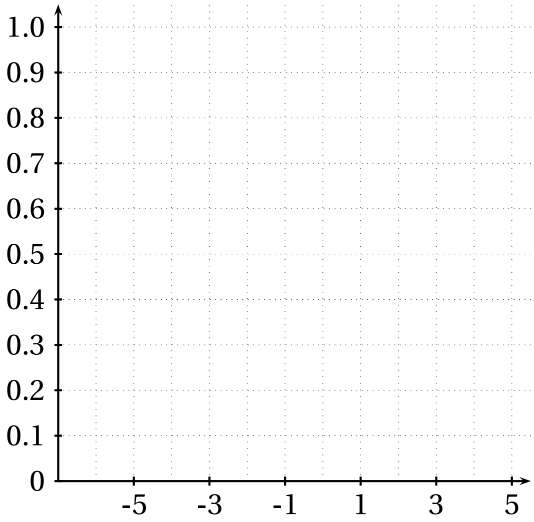
C'est la dernière méthode que nous allons utiliser dans une première partie puis nous regarderons ce qu'un ordinateur peut donner comme résultats.

Partie A : Avec la touche *random* de la calculatrice

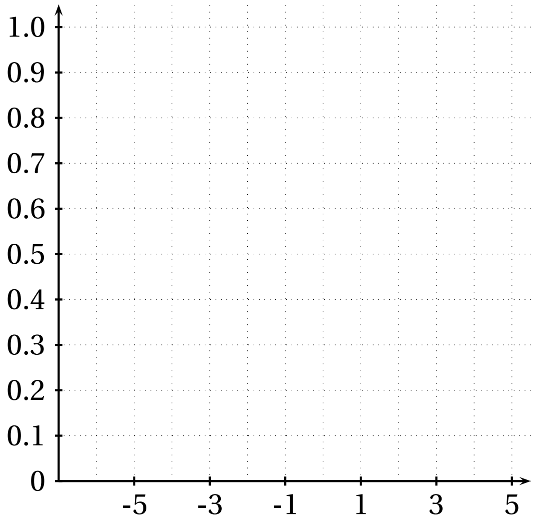
1. Par groupe de deux
   (a) 25 marches
   - l'un indique le résultat de la calculatrice ;
   - l'autre effectue la marche dans le tableau 9.3 page 99 et note d'une croix bien visible **la case d'arrivée au bout de cinq pas** ;
   - le groupe procède ainsi 25 marches à cinq pas ;
   - le groupe fait ensuite le total des arrivées et calcule les fréquences ;
   - on inverse les rôles pour 25 nouvelles marche à cinq pas.

   (b) Tableaux des fréquences puis graphiques
   - Le groupe complète ensuite les tableaux de fréquence et construit les diagrammes des fréquences.
2. Par colonne puis pour la classe
   Relever les résultats de votre colonne puis de la classe pour compléter les derniers tableaux de fréquence et construire les diagrammes des fréquences.

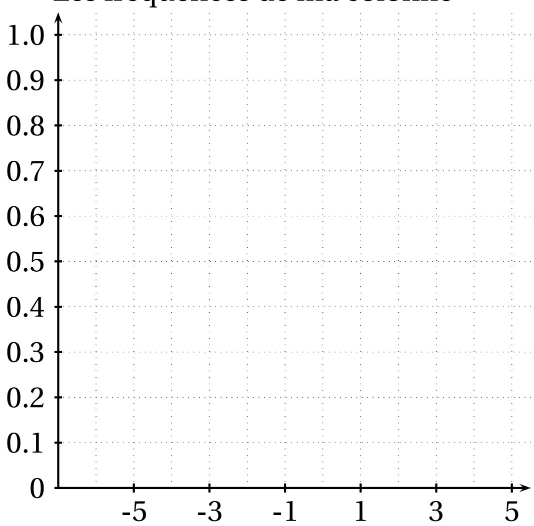
Mes fréquences et celles de mon voisin



Les fréquences de mon groupe



Les fréquences de ma colonne



Les fréquences de la classe

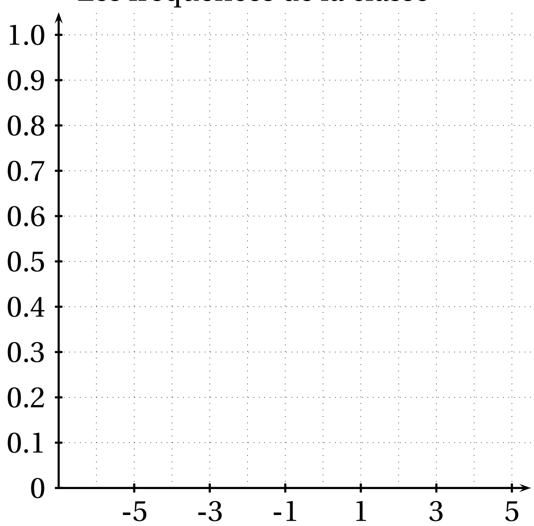


TABLE 9.3: Les 25 marches à cinq pas

	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
Marche 1											
Marche 2											
Marche 3											
Marche 4											
Marche 5											
Marche 6											
Marche 7											
Marche 8											
Marche 9											
Marche 10											
Marche 11											
Marche 12											
Marche 13											
Marche 14											
Marche 15											
Marche 16											
Marche 17											
Marche 18											
Marche 19											
Marche 20											
Marche 21											
Marche 22											
Marche 23											
Marche 24											
Marche 25											
Total											
Fréquences											

TABLE 9.4: Tableaux des fréquences

Fréquences de mes 25 marches

Arrivée	Effectif	Fréquence
−5		
−3		
−1		
1		
3		
5		

Fréquences de celles de mon voisin

Arrivée	Effectif	Fréquence
−5		
−3		
−1		
1		
3		
5		

Fréquences de mon groupe

Arrivée	Effectif	Fréquence
−5		
−3		
−1		
1		
3		
5		

TABLE 9.5: Colonne et classe

Fréquences des 25 marches de ma colonne

Arrivée	Effectif	Fréquence
−5		
−3		
−1		
1		
3		
5		

Fréquences de celles de la classe

Arrivée	Effectif	Fréquence
−5		
−3		
−1		
1		
3		
5		

Partie B : Résultats de simulation par ordinateur
Le tableau ci-dessous donne une liste de 10 séries de 100 marches, obtenues avec un ordinateur.

	-5	-3	-1	1	3	5
Série 1	4	11	42	26	13	4
Série 2	3	21	33	21	20	2
Série 3	4	14	33	27	18	4
Série 4	6	19	34	20	14	7
Série 5	4	11	34	31	16	4
Série 6	2	23	25	28	19	3
Série 7	4	14	36	28	16	2
Série 8	0	15	38	26	19	2
Série 9	3	12	29	29	24	3
Série 10	1	16	31	34	14	4

1. Remplir le tableau des fréquences :

	-5	-3	-1	1	3	5
Série 1						
Série 2						
Série 3						
Série 4						
Série 5						
Série 6						
Série 7						
Série 8						
Série 9						
Série 10						

2. Donner un encadrement des fréquences pour chaque événement :

$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } -5 \leq \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } -3 \leq \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } -1 \leq \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } 1 \leq \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } 3 \leq \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \leq \text{Fréquence de l'arrivée } 5 \leq \ldots\ldots$$

3. Calculer les fréquences des événements pour ces 1 000 marches.
4. Comparer ces résultats obtenus avec un ordinateur avec ceux obtenus par simulation avec la touche *random* de la calculatrice.
5. Répondre aux questions suivantes :
   - Si je fais 10 marches, suis-je sûr que $0,25 \leqslant$ fréquence de l'arrivée $-1 \leqslant 0,36$?
   - Si je fais 100 marches, suis-je sûr que $0,25 \leqslant$ fréquence de l'arrivée $-1 \leqslant 0,36$?

9.2 Loi des grands nombres et intervalle de fluctuation

9.2.1 Un exemple

Dans la classe de Seconde 14 pour l'année scolaire 2010–2011, il y avait 9 garçons et 28 filles, ce qui paraît disproportionné.
On peut se demander toutefois si, lorsqu'on choisit 37 élèves au hasard dans une population constituée d'une moitié de filles et d'une moitié de garçons, cette distribution est rare.

1. Quelle était la fréquence des filles dans la classe de Seconde 14 ?
2. Expliquer comment simuler le choix de 37 élèves au hasard dans une population d'une moitié de filles et d'une moitié de garçons à l'aide de la fonction *random* de la calculatrice.
3. Procéder à cette simulation en notant le nombre de filles et de garçons obtenus et calculer la fréquence des filles dans votre simulation (arrondie au centième).
4. Écrire cette fréquence au tableau et noter les résultats des simulations de la classe dans le tableau ci-dessous :

5. Déterminer, pour cette série statistique :
   (a) les valeurs extrêmes, les premier et troisième quartiles, les premier et neuvième déciles, la médiane et la moyenne ;
   (b) représenter le diagramme en boite correspondant ;
   (c) déterminer l'intervalle interquartile et interpréter le résultat ;
6. D'après ces résultats, peut-il arriver que le hasard produise une distribution comparable à celle de la Seconde 14 ? Si oui, est-ce fréquent ?

9.2.2 Loi des grands nombres et intervalle de fluctuation

Nous avons vu dans l'activité 9.1 que, lorsque qu'on répète une expérience aléatoire un grand nombre de fois, les différentes fréquences d'apparition ont tendance à se stabiliser.
Ce constat est un résultat mathématique appelé *La loi des grands nombres* :

Théorème 9.1 (Loi des grands nombres)**.** *Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de la loi de probabilité quand n devient grand.*

Nous l'admettrons.
Les mathématiciens ont obtenu des règles assez précises sur la façon dont les fréquences se rapprochent de la probabilité et une première approximation de ces règles, la seule au programme de la Seconde, est la suivante, qu'on admettra :

Propriété (Intervalle de fluctuation en statistiques)**.** *Dans une population, la proportion d'un caractère est p.*
On produit un échantillon de taille n de cette population et on détermine la fréquence f du caractère dans cet échantillon.
Dès lors que $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ et $n(1-p)$, alors, dans 95 % des cas au moins, f appartient à l'intervalle $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}\,;\,p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, qui est une bonne approximation de ce qu'on appelle intervalle de fluctuation au seuil de 95 % *(ou* au risque de 5 %*)*

On peut aussi reformuler la propriété en termes de probabilités :

Propriété 9.2 (Intervalle de fluctuation en probabilité)**.** *Soit une expérience aléatoire où la probabilité d'un évènement A est p. On reproduit cette expérience n fois et on détermine la fréquence f d'apparition de l'évènement A.*
Dès lors que $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ et $n(1-p)$, alors, dans 95 % des cas au moins, f appartient à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\,; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$*, qui est une bonne approximation de ce qu'on appelle* intervalle de fluctuation au seuil de 95 % *(ou* au risque de 5 %*)*

Remarque. On remarquera que plus n est grand et plus l'intervalle de fluctuation est petit. En effet :
- avec $n = 25$, l'intervalle de fluctuation est de la forme $[p - 0,2\,; p + 0,2]$ (soit $p \pm 20\%$)
- avec $n = 100$, l'intervalle de fluctuation est de la forme $[p - 0,1\,; p + 0,1]$ (soit $p \pm 10\%$)
- avec $n = 400$, l'intervalle de fluctuation est de la forme $[p - 0,05\,; p + 0,05]$ (soit $p \pm 5\%$)
- avec $n = 10000$, l'intervalle de fluctuation est de la forme $[p - 0,01\,; p + 0,01]$ (soit $p \pm 1\%$)
- etc.

Cela est cohérent avec la loi de grands nombres : plus n est grand et plus la fréquence d'un évènement tend vers la probabilité de cet événement.

9.2.3 Retour à notre exemple d'introduction

Essayons de répondre à la question suivante :
« Dans le cas de la classe de Seconde 14, peut-on avancer, au risque de 5 % de se tromper, que l'échantillon (la classe) est représentatif d'une population (le lycée) comportant une moitié de filles et d'une moitié de garçons ?
Et si ce n'est pas le cas, quelles peuvent être les raisons ? »

1. (a) Dans notre population de référence, quelle est la valeur de p qu'on a supposée ?
   (b) Quelle est la valeur de n ?
   (c) Déterminer alors l'intervalle de fluctuation correspondant à cette expérience.
   (d) Quel pourcentage des fréquences obtenues par les simulations de la classe appartient à cet intervalle ?
   (e) Répondre à la question.
2. Et si notre supposition, pour p, était fausse ?
   À l'administration du lycée, on pouvait obtenir l'information suivante : « Au Lycée Dupuy de Lôme, pour l'année scolaire 2010–2011, il y a en Seconde 524 élèves, dont 329 filles et 195 garçons ».
   (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation (toujours pour un échantillon de taille 37).
   (b) La fréquence des filles de la Seconde 14 appartient-elle à cet intervalle ? Qu'en conclure ?

9.3 Exercices

9.3.1 Simulations

EXERCICE 9.1.
On lance deux dés cubiques et on note **la somme des deux nombres obtenus**.

1. Quels sont les résultats possibles ?
2. Avec la table de nombres aléatoires entiers de 0 à 9 donnée ci-dessous, simuler 25 lancers en expliquant votre façon de procéder.

7	5	3	1	6	2	4	9	7	2	0	7	0	7	5	8	2	0	2	4
3	0	6	1	2	1	5	8	0	1	6	9	7	3	2	9	7	8	0	5
5	1	9	3	1	7	5	6	4	1	5	1	4	3	6	7	8	3	3	1
2	0	9	1	5	7	8	2	1	5	9	7	6	2	1	3	3	6	4	6
9	7	3	1	5	9	6	4	2	6	6	8	3	1	4	7	5	1	7	8

3. Donner la suite des 25 résultats obtenus.
4. Calculer les fréquences obtenues pour chaque résultat possible.
5. Norbert a procédé lui aussi à une simulation de 25 lancers, avec une autre table de nombres aléatoires, et il a obtenu les résultats suivants :

Face	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	1	1	2	2	1	4	4	4	3	2	1

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

6. Une simulation à l'ordinateur a donné les résultats suivants :

Face	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	24	49	86	103	145	178	139	114	77	55	30

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

EXERCICE 9.2.
On lance deux dés cubiques et on note **le plus grand des deux nombres obtenus**.

1. Quels sont les résultats possibles ?
2. Avec la table de nombres aléatoires entiers de 1 à 6 donnée ci-dessous, simuler 50 lancers en expliquant votre façon de procéder.

2	5	6	1	1	3	1	5	2	6	3	1	4	6	1	2	6	4	4	1
2	6	2	2	2	5	1	3	1	3	1	1	3	5	3	4	5	5	4	1
2	3	6	4	4	6	3	2	2	1	2	5	3	5	3	5	6	4	1	5
3	6	3	1	2	5	1	3	3	2	4	4	2	4	6	1	3	6	6	3
3	2	1	6	3	1	2	3	4	4	2	6	1	5	2	2	5	6	3	1

3. Donner la suite des 50 résultats obtenus.
4. Calculer les fréquences obtenues pour chaque résultat possible.
5. Une simulation à l'ordinateur a donné les résultats suivants :

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	25	79	141	203	234	318

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

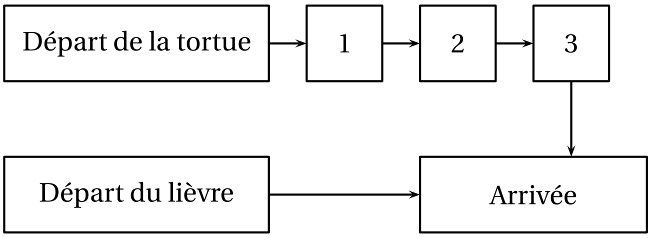
EXERCICE 9.3.
Une urne contient 10 boules : **cinq** rouges, **trois** noires et **deux** blanches. On tire une boule et on regarde sa couleur.

1. Sur un très grand nombre de tirages, quelle fréquence prévoyez-vous pour le tirage d'une boule rouge ? d'une boule noire ? d'une boule blanche ?
2. Avec la table de nombres aléatoires entiers de 0 à 9 donnée ci-dessous, simuler 25 tirages en expliquant votre méthode.
   Calculer les fréquences obtenues pour chaque couleur.
3. Comparer les résultats obtenus question 2. avec vos prévisions de la question 1.

4	8	2	5	0	0	8	6	3	3	3	6	7	4	8	1	1	7	1	1
0	7	5	8	1	2	9	4	4	3	3	8	0	1	3	4	3	7	1	0
5	3	2	9	3	6	8	2	8	4	7	0	4	9	9	4	3	2	6	2
8	4	7	7	6	0	1	9	7	0	9	6	2	9	4	1	0	0	7	4
7	9	0	4	8	0	8	7	4	4	6	3	9	8	2	6	3	6	6	6

EXERCICE 9.4.
Le lièvre et la tortue font la course.
Le lièvre se divertit longuement mais quand il part, il file à l'arrivée. La tortue, quant à elle, avance inexorablement mais lentement vers l'arrivée.
On considère qu'on peut assimiler cette course au lancement d'un dé :

- si le 6 sort, le lièvre avance ;
- sinon la tortue avance d'une case et au bout de 4 cases la tortue a gagné.



À l'aide de la table de nombres entiers aléatoires de 1 à 6 donnée estimez lequel de ces deux animaux a la situation la plus avantageuse et indiquez dans quelle proportion, d'après votre simulation, il va gagner.

1	4	6	6	4	4	3	5	2	3	4	4	5	5	5	4	6	6	5	2	5	3	3	6	4	5	3	4	4	2
1	3	5	1	2	2	4	5	4	5	6	1	3	2	3	1	6	6	4	6	5	6	5	6	4	3	5	1	2	4
3	3	6	1	3	5	6	3	1	4	1	3	4	1	3	1	1	1	2	3	6	3	4	3	2	4	2	2	6	5
2	1	5	1	5	2	3	4	6	4	4	2	5	6	4	2	2	2	1	2	6	6	6	1	2	5	3	3	6	2
1	4	1	6	3	3	5	2	6	2	2	2	5	6	3	1	3	1	1	4	3	4	3	4	1	4	1	4	1	2
4	3	1	6	4	3	5	4	6	1	2	5	4	3	3	3	5	5	1	2	5	2	1	6	2	1	3	6	2	1
5	6	4	5	4	2	5	1	1	2	6	2	4	4	6	3	2	4	3	4	4	3	3	1	6	5	4	5	2	6
5	3	5	2	1	4	5	5	3	6	2	3	5	2	3	3	4	6	5	1	6	4	4	6	6	6	5	4	4	5
3	6	4	5	6	2	1	3	5	4	1	2	4	1	1	2	4	1	5	4	2	1	5	4	4	3	1	6	5	3
1	1	1	1	6	6	4	3	4	6	2	1	4	1	2	2	4	4	1	4	1	6	1	6	6	1	2	1	1	3
3	1	1	4	1	5	4	5	1	1	4	2	2	4	1	4	6	3	5	1	3	1	6	1	5	1	4	2	6	1
2	6	1	1	1	3	3	3	5	6	5	2	6	6	1	5	4	5	5	2	5	6	6	3	1	5	3	1	5	4
4	2	6	1	5	5	5	5	1	4	3	6	2	4	2	5	3	2	3	4	5	5	6	6	3	2	2	2	5	3
5	1	4	4	2	3	2	2	6	4	6	4	4	3	6	4	3	3	5	5	6	2	6	6	2	5	2	6	3	4
5	4	2	4	1	4	1	6	5	1	1	1	3	6	4	6	4	1	5	1	2	4	2	1	2	5	1	3	3	1
2	5	5	1	1	5	3	2	5	6	2	5	4	3	4	4	4	4	5	4	5	4	2	5	6	5	4	1	3	5
6	4	2	4	4	6	6	1	2	3	5	4	4	2	2	3	5	3	2	6	2	2	4	6	2	1	2	3	6	3
5	5	5	3	2	5	2	4	1	6	5	6	3	2	1	6	1	5	3	5	6	2	2	5	1	5	6	3	2	1

9.3.2 Intervalle de fluctuation

EXERCICE 9.5.
On se réfère dans cet exercice aux lancers de dés de l'activité 9.1.

1. Quelle est la probabilité de chacune des faces de ce dé ?
2. Déterminer les intervalles de fluctuations au seuil de 95 % pour des échantillons de taille 50, 100, n (où n est le nombre de lancers dans la colonne) et p (où p est le nombre de lancers dans la classe pour chacune des faces.

   Remarque. La probabilité de chacune des faces est normalement trop petite pour déterminer cet intervalle, mais on n'en tiendra pas compte.
3. Indiquer si les fréquences observées appartiennent à ces intervalles.

EXERCICE 9.6.
On se réfère dans cet exercice aux marches à cinq pas de l'activité 9.2.

1. En imaginant un arbre des possibles, montrer que les probabilités des événements (terminer en) -5 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 5 sont, respectivement, $\frac{1}{2^5}$; $\frac{5}{2^5}$; $\frac{10}{2^5}$; $\frac{10}{2^5}$; $\frac{5}{2^5}$; $\frac{1}{2^5}$.
2. Déterminer les intervalles de fluctuations au seuil de 95 % pour des échantillons de taille 25, 50, n (où n est le nombre de lancers dans la colonne), p (où p est le nombre de lancers dans la classe) et 1000 pour chacune des arrivées dont la probabilité est suffisamment grande.
3. Indiquer si les fréquences observées appartiennent à ces intervalles.

EXERCICE 9.7.
On se réfère dans cet exercice aux lancers de dés de l'exercice 9.1.

1. Quelle est la probabilité de chacune des sommes ?
   On pourra s'aider d'un arbre des possibles ou d'un tableau.
2. Déterminer les intervalles de fluctuations au seuil de 95 % pour des échantillons de taille 25 et 1000 pour les sommes dont la probabilité le permet.
3. Indiquer si les fréquences observées appartiennent à ces intervalles.

EXERCICE 9.8.
On se réfère dans cet exercice aux lancers de dés de l'exercice 9.2.

1. Quelle est la probabilité de chacun des résultats ?
   On pourra s'aider d'un arbre des possibles ou d'un tableau.
2. Déterminer les intervalles de fluctuations au seuil de 95 % pour des échantillons de taille 50 et 1000 pour les résultats dont la probabilité le permet.
3. Indiquer si les fréquences observées appartiennent à ces intervalles.

EXERCICE 9.9.
On se réfère dans cet exercice aux tirages dans l'urne de l'exercice 9.3.

1. Quelle est la probabilité de chacune des couleurs ?
2. Déterminer les intervalles de fluctuations au seuil de 95 % pour des échantillons de taille 25 pour les couleurs dont la probabilité le permet.
3. Indiquer si les fréquences observées appartiennent à ces intervalles.

EXERCICE 9.10.
D'après le site de l'IREM de Paris 13.
L'ensemble des faits évoqués ci-dessous est réel.
En novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, RODRIGO PARTIDA était condamné à huit ans de prison pour cambriolage d'une résidence et tentative de viol.
Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine. Alors que 79,1 % de la population de comté était d'origine mexicaine, sur les 870 personnes convoquées pour être jurés lors d'une certaine période de référence, il n'y eût que 339 personnes d'origine mexicaine.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation correspondant à la proportion d'origine mexicaine pour un échantillon de taille 870.
2. La fréquence des personnes d'origine mexicaine dans les personnes convoquées est-elle dans cet intervalle ?
3. Qu'en conclure ?

EXERCICE 9.11.
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. À Dupuy de Lôme, pour la session 2009 du baccaulauréat général, il y a eu 290 reçus pour 320 candidats se présentant à l'épreuve. Les fréquences des reçus en Série L, ES et S étaient, respectivement, 0,766, 0,896 et 0,963.
   Déterminer si les différences de réussite entre les filières peuvent être dues aux fluctuations d'échantillonage.
2. Dans le village chinois de Xicun en 2000, il est né 20 enfants dont 16 garçons. On suppose que la proportion de garçons et de filles est la même à la naissance dans toute l'espèce humaine.
   Déterminer si la fréquence des naissances de garçons dans le village de Xicun en 2009 peut être due aux fluctuations d'échantillonage.
3. Avez-vous vérifié que toutes les conditions étaient remplies pour appliquer les intervalles de fluctuation dans les deux questions précédentes ?

EXERCICE 9.12.
Au premier tour de l'élection présidentielle française de mai 2007, parmi les suffrages exprimés, les proportions, en pourcentage, pour les candidats ayant obtenu pour de 2 % des suffrages, étaient les suivantes :

Bayrou	Besancenot	De Villiers	Le Pen	Royal	Sarkozy
18,57	4,08	2,23	10,44	25,87	31,18

Cinq mois plus tôt, le 13 décembre 2006, l'institut de sondage BVA faisait paraître un sondage effectué sur un échantillon de 797 personnes dont voici les résultats, en pourcentage, concernant les candidats précédemment cités :

Bayrou	Besancenot	De Villiers	Le Pen	Royal	Sarkozy
7	4	2	10	34	32

1. Pour quels candidats peut-on appliquer les intervalles de fluctuation parmi ceux présents au premier tour ?
2. Pour ces candidats déterminer les intervalles de fluctuation pour un échantillon de taille 797.
3. Les résultats du sondage donnent-ils des fréquences appartenant à ces intervalles ?
4. Qu'en conclure ?

EXERCICE 9.13.
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On considère que la proportion de femmes dans la population française est $\frac{1}{2}$. À l'assemblée nationale, il y a 577 députés, dont 108 femmes.
   Peut-on considérer que cette répartition est un effet de la fluctuation d'échantillonage ou bien dire que la parité des sexes n'est pas respectée à l'assemblée nationale ?
2. En 1990, les employés et ouvriers constituaient 58,7 % de la population française (d'après le recensement de l'INSEE). Suite à l'élection législative de 1993 on recensait 1,6 % de députés dont l'ancien métier était employé ou ouvrier.
   Peut-on considérer que cette répartition est un effet de la fluctuation d'échantillonage ?

EXERCICE 9.14.
Dans une région où il y a autant de femmes que d'hommes, les entreprises sont tenues de respecter la parité.
L'entreprise A a un effectif de 100 personnes dont 43 femmes. L'entreprise B a un effectif de 2 500 personnes dont 1 150 femmes.

1. Calculer le pourcentage de femmes dans ces deux entreprises. Qu'en conclure ?
2. Si respecter la parité revient à ne pas tenir compte du caractère homme-femme, on peut alors considérer l'ensemble des salariés d'une entreprise comme un échantillon prélevé au hasard dans la population de la région.
   (a) Déterminer les intervalles de fluctuation relatifs aux deux échantillons.
   (b) Les résultats confirment-ils la conclusion de la première question ?