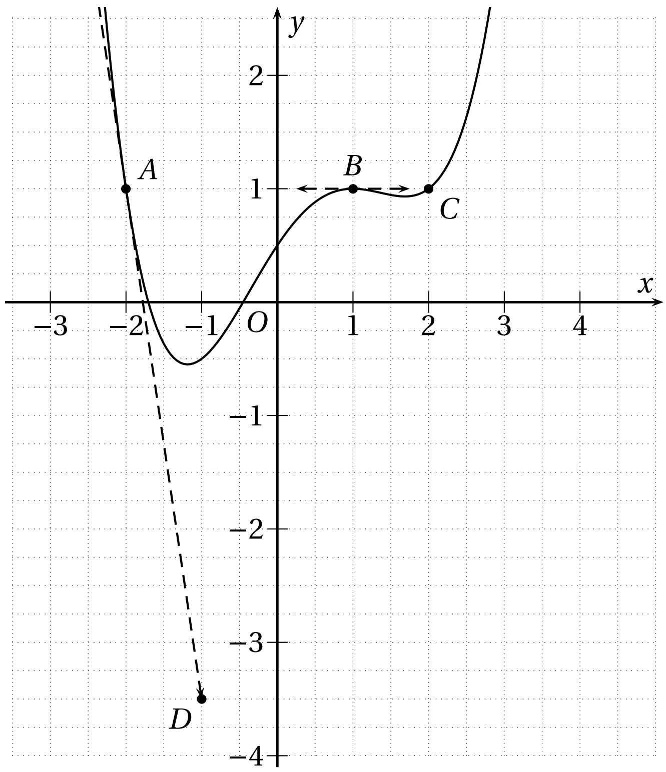
Devoir surveillé n°5

Nombre dérivé

EXERCICE 5.1 (4 points)**.**
On donne sur la figure ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f avec ses tangentes aux points $A(-2\,;1)$ et $B(1\,;1)$.
Le point $C(2\,;1)$ appartient à $\mathscr{C}$.
Le point $D(-1\,;-3{,}5)$ appartient à la tangente à la courbe en A.



1. Donner par lecture graphique, sans justifier, $f(-2)$ et $f(1)$.

2. Donner par lecture graphique, en justifiant, $f'(-2)$ et $f'(1)$.

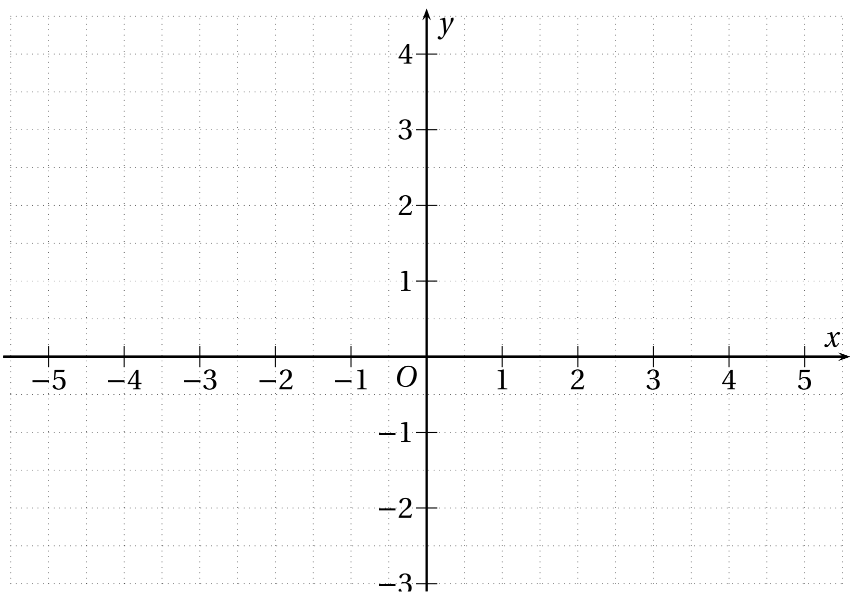
3. On donne : $f'(2) = \frac{1}{2}$.

   (a) Déterminer l'équation de la tangente Δ à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

   (b) Tracer cette tangente sur la figure.

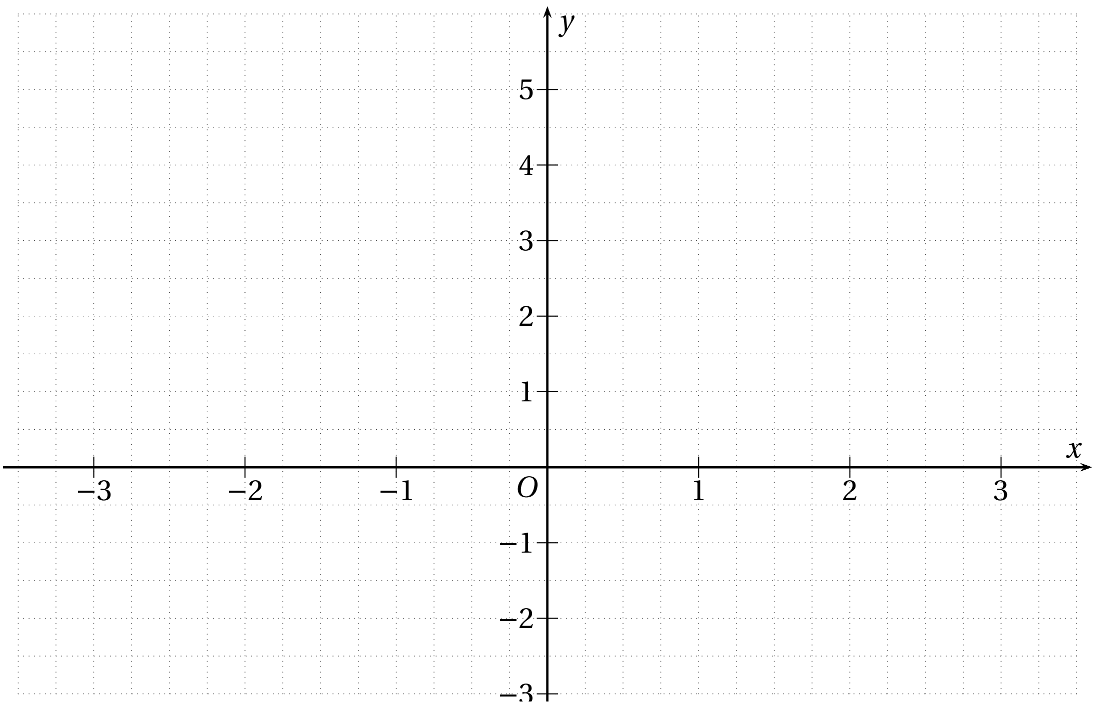
EXERCICE 5.2 (3 points)**.**
Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe d'une fonction f vérifiant les contraintes suivantes :

- f est définie sur $[-4\,;4]$;
- $f(-2) = 1$;
- $f(3) = 1$;
- $f'(1) = 0$;
- $f(1) = -2$;
- $f'(-2) = -\frac{1}{2}$;
- $f'(3) = 3$.



EXERCICE 5.3 (9 points)**.**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x - 2$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. (a) Déterminer, par le calcul, les coordonnées de A, point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées.
   (b) Déterminer, par le calcul, le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en A.
2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.
3. Déterminer, par le calcul, $f'(2)$ puis une équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.
4. (a) Placer en rouge tous les points qu'on peut déduire des questions précédentes dans le repère ci-dessous.
   (b) Tracer en vert toutes les tangentes qu'on peut déduire des questions précédentes dans le même repère.
   (c) Tracer $\mathscr{C}$ dans le même repère.



EXERCICE 5.4 (4 points)**.**
Les questions sont indépendantes.

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par $f : x \longmapsto \frac{1}{x}$.
   Montrer que f est dérivable en 2 et déterminer la valeur du nombre dérivé en 2.
2. g est la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g : x \longmapsto \sqrt{x}$.
   Montrer que g est dérivable en 4 et déterminer la valeur du nombre dérivé en 4.