Nom : *Lundi 29 mai 2017 – 1h*

Devoir surveillé n°9

Suites – Loi binomiale

EXERCICE 9.1 (3 points)**.**
On note (u_n) la suite définie $\forall n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 - 4n + 1$.

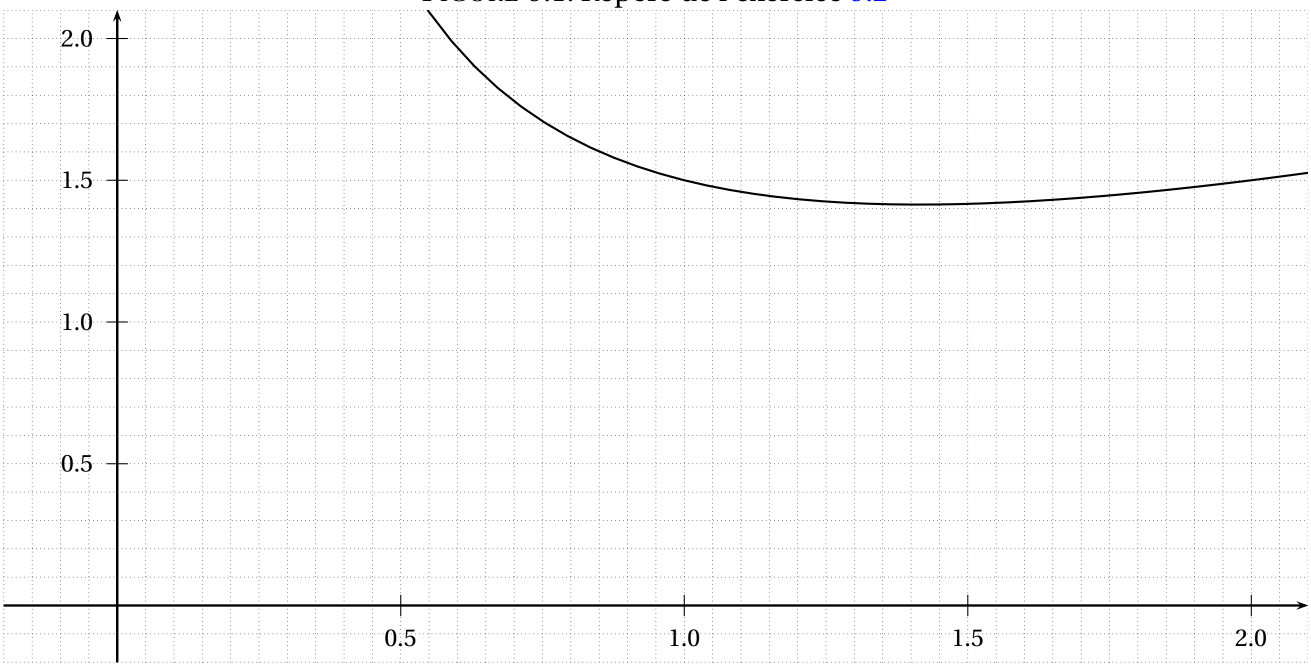
1. Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n).
2. Montrer que $\forall n \geqslant 1$, la suite (u_n) est croissante.

EXERCICE 9.2 (5,5 points)**.**
On note (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer les 4 premiers termes de la suite (u_n).
2. Dans le repère de la figure 9.1 de la présente page on a tracé une partie de la courbe de la fonction $x \longmapsto \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$. Construire, sans justifier, sur ce repère la représentation en chemin de la suite (u_n) jusqu'à $n = 3$. *Attention aux unités.*
3. On admet que la suite (u_n) converge vers la solution positive de l'équation $\frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right) = x$ qu'on notera ℓ. Déterminer la valeur exacte de ℓ.
4. On donne l'algorithme très incomplet ci-contre :
   (a) Le compléter de façon à ce qu'il renvoie, pour une valeur de ϵ donnée en entrée, la première valeur de n telle que $|u_n - \sqrt{2}| < \epsilon$:
   (b) Indiquer la valeur qu'il renvoie alors avec $\epsilon = 10^{-12}$.
   (c) Interpréter ce résultat en terme de distance entre deux nombres.

Entrée : ϵ
Initialisation :
    n prend la valeur 0
    u prend la valeur ....
Instructions :
    Tant que ....
    ....
    ....
    Fin tant que
Sortie : ....

FIGURE 9.1: Repère de l'exercice 9.2

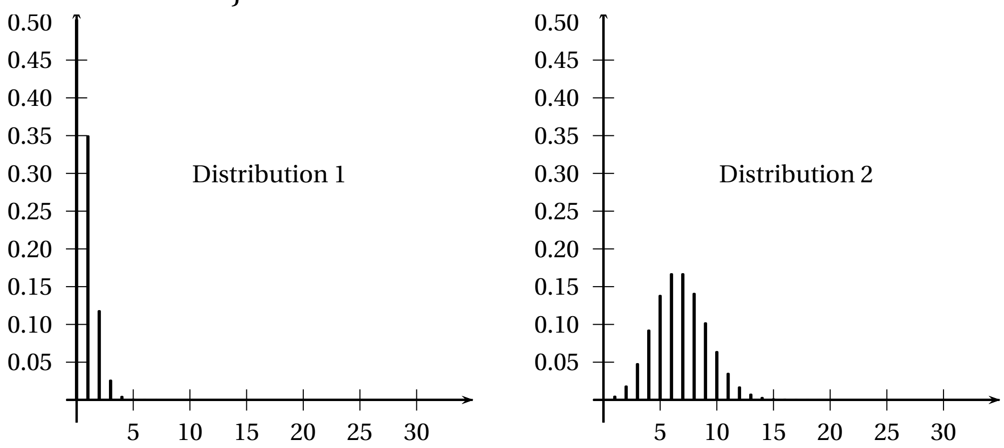


EXERCICE 9.3 (3 points)**.**
Déterminer les coefficients binomiaux suivants en justifiant dans chaque cas vos réponses avec la formule du cours permettant de trouver le résultat :

1. (a) $\binom{13}{0}$ (b) $\binom{13}{1}$ (c) $\binom{13}{13}$ (d) $\binom{13}{12}$
2. On donne $\binom{13}{6} = 1716$. En déduire $\binom{13}{6}$ puis $\binom{14}{7}$.

EXERCICE 9.4 (6,5 points)**.**
On donnera les résultats arrondis au millième.
Chez un fabricant de calculatrice, une étude a montré que 2 % des produits ont un défaut.
Un professeur a commandé 34 de ces calculatrices pour ses élèves.
Les probabilités que ces calculatrices aient des défauts sont indépendantes.
On définit la variable aléatoire X donnant le nombre de calculatrices défectueuses sur un lot de 34 calculatrices.

1. (a) Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
   (b) Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter ce résultat.
   (c) Parmi les représentations de loi binomiale ci-dessous, déterminer celle que peut représenter la loi de X en justifiant.



2. (a) Déterminer la probabilité qu'aucune calculatrice de la classe ne soit défectueuse.
   On donnera la formule puis le résultat.
   (b) En déduire la probabilité qu'au moins une calculatrice soit défectueuse.
   (c) Déterminer, à l'aide de la calculatrice et en justifiant, la probabilité qu'au moins deux calculatrices soient défectueuses.

EXERCICE 9.5 (2 points)**.**
Une variable aléatoire suit une loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$. Son espérance vaut 0,4 et son écart-type 0,6.
Déterminer n et p.
